**Natürliche Zahlen** — ZAHLEN — delta5 Seite 10

$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; \ldots\}$ **Menge der natürlichen Zahlen**

*Beispiele:*

5 ist eine natürliche Zahl kurz: $5 \in \mathbb{N}$ „5 ist ein Element von $\mathbb{N}$"

-2 ist keine natürliche Zahl kurz: $-2 \notin \mathbb{N}$ „-2 ist kein Element von $\mathbb{N}$"

0 ist keine natürliche Zahl kurz: $0 \notin \mathbb{N}$ „0 ist kein Element von $\mathbb{N}$"

Jede natürliche Zahl (außer der Zahl 1) hat eine natürliche Zahl als Vorgänger.
*Beispiel:* *257 ist der Vorgänger von 258*

Jede natürliche Zahl hat eine natürliche Zahl als Nachfolger.
*Beispiel:* *425 ist der Nachfolger von 424*

Somit gibt es unendlich viele natürliche Zahlen.

*Ebenso:*
$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; \ldots\}$ **Menge der natürlichen Zahlen und Null**

**Zahlen mit besonderen Eigenschaften** — ZAHLEN — delta5 Seite 12

$\{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; \ldots\}$ Menge der **ungeraden** natürlichen Zahlen

$\{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; \ldots\}$ Menge der **geraden** natürlichen Zahlen

$\{1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; \ldots\}$ Menge der **Quadratzahlen**
Multipliziert man eine natürliche Zahl mit sich selbst, erhält man eine Quadratzahl.
*Beispiele:* $2 \cdot 2 = 4$ oder $9 \cdot 9 = 81$

*Beispiele* für **Vielfachenmengen:**
$V_5 = \{5; 10; 15; 20; 25; \ldots\}$ Menge aller Vielfachen der Zahl 5
$V_7 = \{7; 14; 21; 28; 35; \ldots\}$ Menge aller Vielfachen der Zahl 7

*Beispiele* für **Teilermengen:**
$T_8 = \{1; 2; 4; 8\}$ Menge aller Teiler der Zahl 8
$T_{24} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$ Menge aller Teiler der Zahl 24

$\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; \ldots\}$ Menge der **Primzahlen**
Jede Primzahl hat **genau zwei** Teiler, 1 und sich selbst.

Jede natürliche Zahl (außer 1 und den Primzahlen) kann
man als Produkt von Primzahlen schreiben.
*Beispiele:*

**„Primfaktorzerlegung"**

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$

**Zehnersystem (Dezimalsystem)** — ZAHLEN — delta5 Seite 16

Der Wert, den eine Ziffer hat, hängt von der Stelle ab, an der sie innerhalb
einer Zahl steht. Daher spricht man von einem **Stellenwertsystem.**

*Beispiel:* Die Zahl 517204201

| Zehnerstufen | Mrd | HM | ZM | M | HT | ZT | T | H | Z | E |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ziffer | | 5 | **1** | 7 | **2** | 0 | 4 | **2** | 0 | **1** |

Die Zahlen 1; 10; 100; 1000; … nennt man **Stufenzahlen** unseres Zehnersystems.

Die römischen Zahlzeichen haben unabhängig davon, an welcher Stelle sie stehen, immer den gleichen Wert (also **kein** Stellenwertsystem):

I = 1  V = 5  X = 10  L = 50  C = 100  D = 500  M = 1000

*Beispiele:* 31 = XXXI  75 = LXXV  1362 = MCCCLXII

Steht ein kleineres Zeichen vor einem größeren, so wird subtrahiert.

*Beispiele:* 4 = IV  29 = XXIX  96 = XCVI

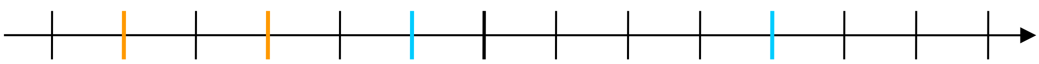
**Römische Zahlzeichen**

ZAHLEN

delta5
Seite 26

$\mathbb{Z}$ = {…; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; …}  **Menge der ganzen Zahlen**

**Zahlengerade:**



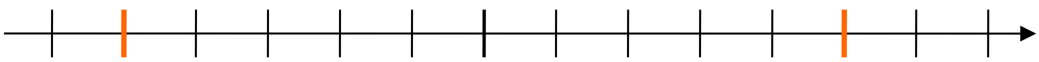
-6 -5 -4 -3 -2 -1 **0** 1 2 3 4 5 6 7

negative ganze Zahlen  **null**  natürliche Zahlen (positive ganze Zahlen)

**Anordnung** der ganzen Zahlen:
Von zwei ganzen Zahlen ist diejenige größer, deren Bildpunkt auf der Zahlengeraden weiter rechts liegt.

*Beispiel:* **-5 < -3** und **-1 < 4**
bzw. **-3 > -5** und **4 > -1**

**Betrag** einer ganzen Zahlen: Er gibt die Entfernung des Bildpunktes einer Zahl vom Nullpunkt der Zahlengeraden an.



-6 -5 -4 -3 -2 -1 **0** 1 2 3 4 5 6 7

*Beispiel:* -5 und +5 haben beide den Betrag 5

(Man nennt -5 **Gegenzahl** von +5 und umgekehrt.)

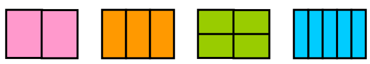
**Ganze Zahlen**

ZAHLEN

delta5
Seite 52

Wenn man ein Ganzes in 2; 3; 4; 5 ... gleich große Teile zerlegt, so erhält man Bruchteile, und zwar zwei Halbe, drei Drittel, vier Viertel, fünf Fünftel... .

Man schreibt für einen solchen Teil $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$



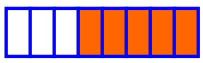
und nennt diese Brüche **Stammbrüche.**

**Stammbrüche**

ZAHLEN

delta6
Seite 10

Zerlegt man ein Ganzes z. B. in acht gleich große Teile und fasst dann fünf dieser Teile zusammen, so erhält man den **Bruch** $\frac{5}{8}$ .



5 ← **Zähler** (Er gibt an, wie viele dieser Teile zusammengefasst werden.)

— ← Bruchstrich

8 ← **Nenner** (Er gibt an, in wie viele gleich große Teile das Ganze zerlegt wird.)

**Brüche**

ZAHLEN

delta6
Seite 12

**Brüche mit besonderen Eigenschaften** — ZAHLEN

**Scheinbrüche:** Ihr Zähler ist 0 oder ein Vielfaches ihres Nenners.

*Beispiele:* $\frac{0}{3}(=0)$; $\frac{2}{2}(=1)$; $\frac{12}{4}(=3)$; $\frac{30}{5}(=6)$; $\frac{70}{10}(=7)$; ...

**Echte Brüche:** Ihr Zähler ist kleiner als ihr Nenner.

*Beispiele:* $\frac{0}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{99}{100}$; ...

**Unechte Brüche:** Ihr Zähler ist mindestens so groß wie ihr Nenner.

*Beispiele:* $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{3}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{8}{5}$; $\frac{20}{10}$; $\frac{41}{13}$; $\frac{401}{100}$; $\frac{123456789}{3}$; ...

Unechte Brüche, die keine Scheinbrüche sind, lassen sich als **gemischte Zahlen** schreiben.

*Beispiele:* $\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$; $\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$; $\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$; $\frac{41}{13}=3\frac{2}{13}$; $\frac{401}{100}=4\frac{1}{100}$; ...

delta6
Seite 16

**Erweitern und Kürzen** — ZAHLEN

**Erweitern** eines Bruchs:
Zähler und Nenner des Bruchs mit der gleichen natürlichen Zahl multiplizieren.

*Beispiel:* $\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 7}{4\cdot 7}=\frac{21}{28}$ (Es wurde mit 7 erweitert.)

**Kürzen** eines Bruchs:
Zähler und Nenner des Bruchs durch die gleiche natürliche Zahl dividieren.

*Beispiel:* $\frac{18}{42}=\frac{18:6}{42:6}=\frac{3}{7}$ (Es wurde mit 6 gekürzt.)

Beim Erweitern wie beim Kürzen ändert der Bruch seinen Wert nicht.
Die Form eines Bruchs, bei der sein Zähler und sein Nenner teilerfremd sind, heißt **Grundform** dieses Bruchs; ein Bruch in Grundform ist „vollständig gekürzt".

delta6
Seite 26

**Dezimalzahlen** — ZAHLEN

Brüche, deren Nenner Zehnerstufenzahlen sind, können als Dezimalzahlen geschrieben werden.

*Beispiele:* $\frac{7}{10}=0{,}7$ ; $\frac{3}{4}=\frac{75}{100}=0{,}75$ ; $\frac{53}{1000}=0{,}053$ ; $21\frac{39}{1000}=21{,}039$

**Stellenwerttafel:**

| H | Z | E | Komma | z | h | t | Zahl | Gelesen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 1 | , | 0 | 3 | 9 | 21,039 | einundzwanzig Komma null drei neun |

delta6
Seite 42

**Runden** — ZAHLEN

Bei den Ziffern 0, 1, 2, 3 und 4 rundet man **ab**! *Beispiele:*

562 ≈ 560 (Z) 141 ≈ 100 (H) 5,736 ≈ 5,7 (z – auf zehntel gerundet)

Bei den Ziffern 5, 6, 7, 8 und 9 rundet man **auf**! *Beispiele:*

836 ≈ 840 (Z) 488 ≈ 500 (H) 4525 ≈ 5000 (T)

2,856 ≈ 3 (E) 2,856 ≈ 2,9 (z) 2,856 ≈ 2,86 (h)

delta5
Seite 20

delta6
Seite 52

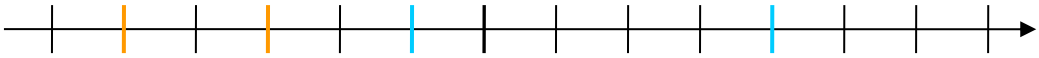
**Rationale Zahlen**

ZAHLEN

Alle positiven und alle negativen Brüche bilden mit der Zahl 0 zusammen die **Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen**; diese enthält somit auch alle ganzen Zahlen (und deshalb auch alle natürlichen Zahlen).

Spiegelt man den Bildpunkt einer rationalen Zahl (z.B. – 0,74) am Nullpunkt, so erhält man den Bildpunkt ihrer **Gegenzahl** (hier: + 0,74).

Die Entfernung des Bildpunkts einer Zahl vom Nullpunkt der Zahlengeraden gibt den **Betrag** dieser Zahl an. Die Bildpunkte einer Zahl und ihrer Gegenzahl sind vom Ursprung stets gleich weit entfernt; Zahl und zugehörige Gegenzahl besitzen den gleichen Betrag.



$-1 \quad -\frac{5}{6} \quad -\frac{2}{3} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{3} \quad -\frac{1}{6} \quad 0 \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad 1$

negative rationale Zahlen **null** positive rationale Zahlen

**Anordnung** der rationale Zahlen: Von zwei rationalen Zahlen ist diejenige größer, deren Bildpunkt auf der Zahlengeraden weiter rechts liegt.

*Beispiele:* $-\frac{5}{6} < -\frac{1}{2}$ und $-\frac{1}{6} < \frac{2}{3}$ und $0 < \frac{1}{3}$

delta6
Seite 32

**Prozent-begriff**

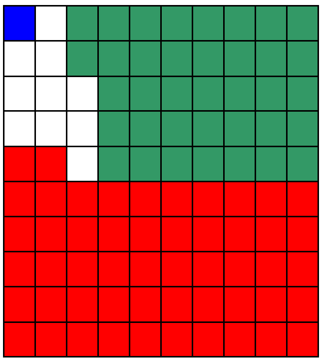
ZAHLEN

Anteile kann man besser vergleichen, wenn sie in **Prozent** (geschrieben: %) angegeben werden:

1 % bedeutet $\frac{1}{100} = 0{,}01$

37 % bedeutet $\frac{37}{100} = 0{,}37$

52 % bedeutet $\frac{57}{100} = 0{,}57$



**Häufige Prozentsätze:**

$10\% = \frac{10}{100} = 0{,}10$ ; $20\% = \frac{20}{100} = 0{,}20$ ; …

$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ ; $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}50$

$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ ; $100\% = \frac{100}{100} = \frac{1}{1} = 1$

delta6
Seite 30f

**Prozent-rechnung**

**Prozentsatz** **Grundwert** **Prozentwert**

**Rechnung:**

$20\%(=\frac{1}{5})$ **von 40 Euro sind genau 8 Euro** **40:100•20 = 40:5 = 8**

**Das Ganze**, dessen Anteile verglichen werden, bildet den **Grundwert.**

Jeden **Anteil** am Ganzen kann man (in **Bruchform** oder)
in **Prozent** angeben; er stellt den **Prozentsatz** dar.

Der jeweilige Teil des Ganzen bildet den **Prozentwert.**

**ZAHLEN**

*Beispiel:* In einem Lostopf sind 80 Lose, darunter sind 32 Gewinne!
Wie viel Prozent sind Nieten?

Grundwert: 80 Prozentwert: 48

Prozentsatz (Anteil in %): $\frac{48}{80}=\frac{6}{10}=\frac{60}{100}=60\%$ .

delta6
Seite 196ff

Wird der Grundwert (z. B. der Preis eines Fernsehers) um p Prozent erhöht,

so steigt er auf das $(1+\frac{p}{100})$ - Fache des ursprünglichen Werts.

Man nennt $(1+\frac{p}{100})$ den **Wachstumsfaktor.**

*Beispiel:* Ein Fernseher (320 €) wird um 10% teurer:

Neuer Preis: **320 € ·** $(1+\frac{10}{100})$ **= 320 € · 1,1 = 352 €**

Wird der Grundwert (z. B. der Preis einer Waschmaschine) um p Prozent

vermindert, so nimmt er auf das $(1-\frac{p}{100})$ - Fache des ursprünglichen Werts ab.

Man nennt $(1-\frac{p}{100})$ den **Abnahmefaktor.**

***NEU***
delta7
Seite 134ff

*Beispiel:* Eine Waschmaschine (490 €) wird um 15% billiger:

Neuer Preis: **490 € ·** $(1-\frac{15}{100})$ **= 490 € · 0,85 = 416,50 €**

| | Fachbegriffe |
|---|---|
| | |

## STRICHRECHENARTEN:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Addition:** | **35** | **+** | **28** | = | 63 |
| | 1. Summand | plus | 2. Summand | | Wert der Summe |
| | Termname: **Summe** | | | | |
| **Subtraktion:** | **54** | **–** | **14** | = | 40 |
| | Minuend | minus | Subtrahend | | Wert der Differenz |
| | Termname: **Differenz** | | | | |

## PUNKTRECHENARTEN:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Multiplikation:** | **5** | **•** | **18** | **=** | 90 |
| | 1. Faktor | mal | 2. Faktor | | Wert des Produkts |
| | Termname: **Produkt** | | | | |
| **Division:** | **38** | **:** | **2** | = | 19 |
| | Dividend | geteilt durch | Divisor | | Wert des Quotienten |
| | Termname: **Quotient** | | | | |
| **Potenzieren:** | | **$12^2$** | | = | 144 |
| | Basis | hoch | Exponent | | Wert der Potenz |
| | Termname: **Potenz** | | | | |

Rechnung: $12^2 = 12 \cdot 12 = 144$
Weiteres Beispiel: $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

**Zehnerpotenz:** $7 \cdot 10^{4} = 7 \cdot 10\,000 = 70\,000$

RECHENARTEN

delta5 Seite 34/102/112/114

**Schriftliches Rechnen in ℕ**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2496 | $\overset{4}{\cancel{5}}184$ | $\underline{273 \cdot 836}$ | 432 **:** 27 = 16 |
| 1583 | 1254 | 218400 | $\underline{-27}$ |
| + 1 1 | - | 8190 | 162 |
| 4079 | 3930 | $\underline{1638}$ | $\underline{-162}$ |
| | | 228228 | 0 |

**Überschlagsrechnungen:**

2500 + 1600 = 4100

5000 – 1000 = 4000

300 · 800 = 240000

450 **:** 30 = 15

**Beachte:** $0 \cdot a = 0$

$0 : a = 0 \quad (a \neq 0)$

a : 0 ist NICHT möglich !!!

RECHENARTEN

delta5 Seite 36/40/106/116

Rechnen in $\mathbb{Q}^+$

RECHENARTEN

## Gleichnamige Brüche addieren/subtrahieren:

*Beispiele:* $\frac{7}{19}+\frac{5}{19}=\frac{12}{19}$ ; $\frac{10}{21}+\frac{4}{21}=\frac{14}{21}=\frac{2}{3}$

## Ungleichnamige Brüche addieren/subtrahieren:

*Beispiele:* $\frac{3}{8}+\frac{2}{5}=\frac{15}{40}+\frac{16}{40}=\frac{31}{40}$ ; $\frac{2}{3}-\frac{3}{7}=\frac{14}{21}-\frac{9}{21}=\frac{5}{21}$

**REGEL:**

- ✓ Ungleichnamige Brüche werden vor der Addition bzw. Subtraktion gleichnamig gemacht. (Hauptnenner)
- ✓ Der Summenwert bzw. Differenzwert der Zähler wird durch den gemeinsamen Nenner dividiert.

## Dezimalzahlen addieren/subtrahieren:

*Beispiele:* 3,28 + 5,06 = 8,34 7,4805 – 4,5040 = 2,9765

delta6
Seite 75/79/83

## Multiplikation von Brüchen:

*Beispiele:* $\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 2}{7\cdot 5}=\frac{6}{35}$ ; $\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{7}=\frac{2\cdot 3}{9\cdot 7}=\frac{2\cdot 1}{3\cdot 7}=\frac{2}{21}$

**REGEL:**

- ✓ Produkt der Zähler dividiert durch das Produkt der Nenner. („Zähler mal Zähler , Nenner mal Nenner“)
- ✓ *Tipp:* Nach Möglichkeit vor dem Ausmultiplizieren kürzen!

## Multiplikation von Dezimalzahlen:

*Beispiele:* 1,6 · 2,17 = 3,472 NR: 16 · 217 = 3472

2,5 · 3,18 = 7,950 NR: 25 · 318 = 7950

**REGEL:**

- ✓ Zunächst den Produktwert der Zahlen ohne Komma bilden.
- ✓ Das Endergebnis hat so viele Dezimalen, wie die beiden Faktoren zusammen besitzen.

## Division durch einen Bruch:

*Beispiele:* $\frac{3}{11}:\frac{2}{5}=\frac{3}{11}\cdot\frac{5}{2}=\frac{3\cdot 5}{11\cdot 2}=\frac{15}{22}$ ; $\frac{2}{9}:\frac{7}{15}=\frac{2}{9}\cdot\frac{15}{7}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 7}=\frac{10}{21}$

**REGEL:**

- ✓ Man dividiert durch einen Bruch indem man mit seinem Kehrbruch multipliziert.

## Division durch eine Dezimalzahl:

*Beispiele:* 3,536 **:** 3,4 = 35,36 **:** 34 = 1,04

delta6
Seite 94/98/
100/102/104/
106/108/114

**REGEL:**

- ✓ „Ausgleichende“ Kommaverschiebung: Der Divisor muss eine natürliche Zahl sein.
- ✓ Dividieren!
- ✓ Wird das Komma des Dividenden überschritten, so setzt man im Quotientenwert das Komma!

**Rechnen in $\mathbb{Q}$**

**RECHENARTEN**

**Summanden mit gleichem Vorzeichen:**

(+8) + (+5) = 8 + 5 = +13 | (–8) + (–5) = –8 – 5 = –13
(+1,8) + (+2,5) = 1,8 + 2,5 = +4,3 | (–1,8) + (–2,5) = –1,8 – 2,5 = –4,3

gemeinsames Vorzeichen der Summanden | Summenwert der Beträge der Summanden

**Summanden mit verschiedenen Vorzeichen:**

(+8) + (–5) = 8 – 5 = +3 | (–8) + (+5) = –8 + 5 = –3
(+1,8) + (–2,5) = 1,8 – 2,5 = –0,7 | (–1,8) + (+2,5) = –1,8 + 2,5 = +0,7

Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag | Unterschied der Beträge der Summanden

*Beachte:*
Bei verschiedenen Vorzeichen, aber gleichem Betrag ist der Summenwert 0.

(+8) + (–8) = 8 – 8 = 0 | (–5) + (+5) = –5 + 5 = 0
(+4,5) + (–4,5) = 4,5 – 4,5 = 0 | (–12,7) + (+12,7) = 0

Zwei rationale Zahlen werden **subtrahiert**, indem man zum Minuenden die Gegenzahl des Subtrahenden addiert.

*Beispiel:*
(+13) – (–5) = (+13) + (+5) = +18 = 18
(+3,4) – (–47,5) = (+3,4) + (+47,5) = +50,9 = 50,9
(–154,7) – (+35,8) = (–154,7) + (–35,8) = –154,7 – 35,8 = –190,5

**Überschlagsrechnung:** (–154,7) – (+35,8) ≈ –150 – 40 = –190

**Faktoren mit gleichem Vorzeichen:**

(+5) • (+3) = +15 | (–5) • (–3) = +15
(+1,9) • (+2,3) = +4,37 | (–1,9) • (–2,3) = +4,37

positives Vorzeichen („Plus") | Produktwert der Beträge der Faktoren

**Faktoren mit verschiedenen Vorzeichen:**

(+7) • ( –3) = –21 | (–7) • (+3) = –21
(+1,9) • (–2,3) = –4,37 | (–1,9) • (+2,3) = –4,37

negatives Vorzeichen („Minus") | Produktwert der Beträge der Faktoren

Zwei ganze Zahlen (nicht Null) werden dividiert, indem man ihre Beträge dividiert. Falls Dividend und Divisor das gleiche Vorzeichen besitzen, erhält das Ergebnis ein positives Vorzeichen, sonst ein negatives.

*Beispiel:*
(–18) : (–3) = 6 | (–18) : (+3) = –6
(–12,236) : (–2,8) = (–122,36) : (–28) = +4,37

**Überschlagsrechnung:** (–12,236) : (–2,8) ≈ (–120) : (–30) = 4

*Merke:*
0 • b = 0 für alle b $\in \mathbb{Q}$
0 : b = 0 für alle b $\in \mathbb{Q}$ , **b ≠ 0**

delta6
Seite 176/
178/184/186

**Kommutativgesetz:**
Der Wert einer Summe (eines Produkts) ändert sich nicht, wenn man die Summanden (Faktoren) vertauscht.

$a + b = b + a$
$a \cdot b = b \cdot a$

**Assoziativgesetz:**
Der Wert einer Summe (eines Produkts) ändert sich nicht, wenn man Summanden (Faktoren) mit Klammern zusammen-fasst oder vorhandene Klammern weglässt.

$a + (b + c) = (a + b) + c$
$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

**Distributivgesetz:** $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ **Rechenvorteile**

*Beispiele:*

$5 \cdot 7{,}8 = 5 \cdot (7 + 0{,}8) = 5 \cdot 7 + 5 \cdot 0{,}8 = 35 + 4 = 39$ („Ausmultiplizieren“)

$8 \cdot 2\frac{3}{7} + 8 \cdot 6\frac{4}{7} = 8 \cdot (2\frac{3}{7} + 6\frac{4}{7}) = 8 \cdot 9 = 72$ („Ausklammern")

$99 \cdot 53 = (100 - 1) \cdot 53 = 100 \cdot 53 - 1 \cdot 53 = 5300 - 53 = 5247$ („Zerlegen")

**Rechenregeln:**

Die Terme, die in Klammern stehen, werden zuerst berechnet.
*Beispiel:* $15{,}9 - (25{,}4 - 17{,}6) = 15{,}9 - 7{,}8 = 8{,}1$

Potenzrechnungen werden vor „Punktrechnungen" ausgeführt.
*Beispiel:* $4{,}2 \cdot 2^5 = 4{,}2 \cdot 32 = 134{,}4$

„Punktrechnungen" werden vor „Strichrechnungen" ausgeführt.
*Beispiel:* $15{,}5 - 1{,}5 \cdot (84 - 78) = 15{,}5 - 1{,}5 \cdot 6 = 15{,}5 - 9 = 6{,}5$

**Rechenregeln und Rechen-gesetze**

**RECHENARTEN**

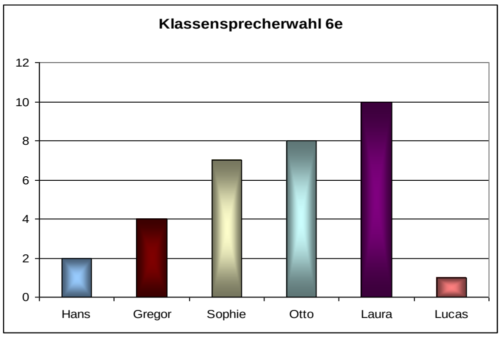
delta5
Seite 34/44/66/
104/110/114/
120/136/

delta6
Seite 74/82/94/
102/120/182/
184/188

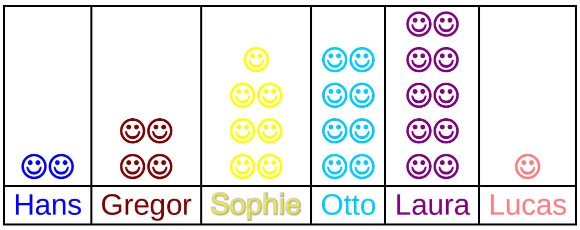
**Tabelle**

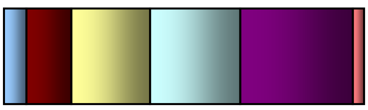
| Schüler | Hans | Gregor | Sophie | Otto | Laura | Lucas |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Stimmen | 2 | 4 | 7 | 8 | 10 | 1 |
| Anteil (%) | 6,25% | 12,5% | ≈21,88% | 25% | 31,25% | ≈3,13% |

**Säulendiagramm**

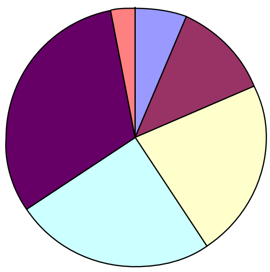



**Bilddiagramm**



**Blockdiagramm (Streifendiagramm)**



**Kreisdiagramm**

**Tabellen und Diagramme**

**ZAHLEN**

delta5
Seite 22

delta6
Seite 34

## Zufalls-experimente

Vorgänge, deren Ergebnis **zufällig**, d.h. nicht voraussagbar ist, nennen wir **Zufallsexperimente.**

*Beispiele:* Werfen einer Münze ; Ziehen von Kugel (Lottozahlen) ; Glücksrad drehen ; Spielwürfel werfen

*Beispiel:* Ein Spielwürfel wird 25-mal geworfen: Treffer (T) wäre z.B. eine Sechs, eine Niete (N) wäre dann eine 1, 2, 3, 4 oder 5.

*Ergebnisse:*

**Strichliste**

| Augenzahl | Anzahl |
|---|---|
| 6 | \|\|\|\| |
| keine 6 | ~~\|\|\|\|~~ ~~\|\|\|\|~~ ~~\|\|\|\|~~ ~~\|\|\|\|~~ \| |

**Tabelle**

| Augenzahl | Anzahl |
|---|---|
| 6 | 4 |
| keine 6 | 21 |

delta6
Seite 62

## Relative Häufigkeit

Ein Spielwürfel wird n-mal (z.B. 25-mal) geworfen und es erscheint dabei k-mal (z.B. 4-mal) die Augenzahl 6.

**Absolute Häufigkeit** der „Sechser“: 4 (Anzahl der Sechser“)

**Relative Häufigkeit** der „Sechser“: $\frac{4}{25}=\frac{16}{100}=16\%$ (Anteil der „Sechser“)

**Allgemein:** **Relative Häufigkeit**

$$\frac{k}{n}=\frac{\text{"Anzahl, wie oft ein bestimmtes Ergebnis eingetreten ist"}}{\text{"Anzahl, wie oft das Experiment durchgeführt wurde"}}$$

delta6
Seite 64

## Arithmetisches Mittel

Das **arithmetische Mittel** berechnet man so: Man addiert alle Einzelwerte und teilt diesen Summenwert durch die Anzahl aller Einzelwerte.

*Beispiele:* Einzelwerte 12 kg , 14,3 kg , 15,1 kg und 15,9 kg
Das arithmetische Mittel (Mittelwert):

$$\frac{12kg+14{,}3kg+15{,}1kg+15{,}9kg}{4}=\frac{57{,}3kg}{4}=14{,}325kg\approx 14{,}3kg$$

Einzelwerte 5 mal Note 1 , 12 mal Note 2 , 6 mal Note 3
Das arithmetische Mittel (Mittelwert):

$$\frac{5\cdot 1+12\cdot 2+6\cdot 3}{(5+12+6)}=\frac{47}{23}\approx 2{,}04$$

*NEU*
delta7
Seite 128

## Terme mit Variablen

**Terme**

Ein **Term** ist ein Rechenausdruck, der außer Zahlen und Rechenzeichen auch veränderliche Größen, so genannte **Variable,** enthalten kann.

Für die Platzhalter wie z. B. □ , O oder ♡ bzw. Variable wie z. B. a, b, c, x, y oder z darf man verschiedene Zahlen einsetzen, die in der so genannten **Grundmenge G** angegeben sind. Wird in einen Term für die Variable eine Zahl aus der Grundmenge eingesetzt, so lässt sich der zugehörige Termwert berechnen.

*Beispiel:* $G = \{-2; 0; 1\}$

| | | |
|---|---|---|
| | $T_1(x) = 4 \cdot x^2 + 13$ | $T_2(\heartsuit) = 3 \cdot \heartsuit + 7$ |
| **-2 einsetzen:** | $T_1(-2) = 4 \cdot (-2)^2 + 13 = 4 \cdot 4 + 13 = 16 + 13 = \underline{\underline{29}}$ | $T_2(-2) = 3 \cdot (-2) + 7 = -6 + 7 = \underline{\underline{1}}$ |
| **0 einsetzen:** | $T_1(0) = 4 \cdot 0^2 + 13 = 0 + 13 = \underline{\underline{13}}$ | $T_2(0) = 3 \cdot 0 + 7 = 0 + 7 = \underline{\underline{7}}$ |
| **1 einsetzen:** | $T_1(1) = 4 \cdot 1^2 + 13 = 4 + 13 = \underline{\underline{17}}$ | $T_2(1) = 3 \cdot 1 + 7 = 3 + 7 = \underline{\underline{10}}$ |

*Vereinbarung:*
Man kann den Malpunkt bei Termen weggelassen, wenn es zu keinen Verwechslungen kommen kann.

*Beispiele:* $7 \cdot y = 7y$  $13 \cdot (a + 2z) = 13(a + 2z)$  $a \cdot b = ab$
$x \cdot (5s - a) = x(5s - a)$  $(a + b) \cdot (a - b) = (a + b)(a - b)$

Wenn bei jeder möglichen Einsetzung für die Variablen der eine Term stets den gleichen Wert hat wie der andere, so nennt man die beiden Terme **äquivalent,**
Man kann einen Term mit Hilfe von Rechengesetzen in einen anderen ihm äquivalenten Term umformen.

*Beispiele:* $7 \cdot y$ und $y \cdot 7$ sind äquivalente Terme
$7 + a$ und $a + 6 + 1$ sind äquivalente Terme

***NEU***
delta7
Seite 62-76
Seite 78

## Addieren und Subtrahieren

**Rechnen mit Termen (I)**

Gleichartige Glieder werden wie folgt addiert bzw. subtrahiert:

- ✓ Die gemeinsame Variable wird beibehalten.
- ✓ Die **Koeffizienten** werden addiert bzw. subtrahiert.

*Beispiele:* $6a + 12a = 18a$  $100x + 42x = 142x$
$17s - 13s = 4s$  $5y - 9y = -4y$

### Auflösen von Klammern bei der Addition und Subtraktion

Steht vor einer Klammer ein **Pluszeichen,** so kann man die Klammer weglassen, ohne dass sich der Wert des Terms ändert.

*Beispiele*: $8a + (7a + 2a) = 8a + 7a + 2a = 17a$
$8a + (7a - 2a) = 8a + 7a - 2a = 13a$
$8a + (-7a + 2a) = 8a + (-7a) + 2a = 8a - 7a + 2a = 3a$

***NEU***
delta7
Seite 78-102
Seite 198-203

## Rechnen mit Termen (II)

Steht vor der Klammer ein **Minuszeichen,** so wird beim Auflösen der Klammer in der Klammer jedes Pluszeichen zu **minus** und jedes Minuszeichen zu **plus.**

*Beispiele*:
$8a - (7a + 2a) = 8a - 7a - 2a = -1a = -a$
$8a - (7a - 2a) = 8a - 7a + 2a = 3a$
$8a - (-7a + 2a) = 8a + 7a - 2a = 13a$

### Multiplizieren und Dividieren

So multipliziert man ein Produkt mit einer Zahl:
Es wird nur **einer** der Faktoren mit dieser Zahl multipliziert!

*Beispiele:*
$(8 \cdot y) \cdot 3 = (8 \cdot 3) \cdot y = 24 \cdot y = 24y$
$(a \cdot b) \cdot a = (a \cdot a) \cdot b = a^2 \cdot b = a^2b$

Wie dividiert man ein Produkt durch eine Zahl?
Indem man nur einen der Faktoren durch diese Zahl dividiert.

*Beispiele:*
$(15 \cdot a) : 3 = (15 : 3) \cdot a = 5 \cdot a = 5a$
$(a \cdot b) : a = (a : a) \cdot b = 1 \cdot b = b$

### Multiplizieren und Dividieren von Summen und Differenzen

Man multipliziert eine Summe mit einem Faktor, indem man jedes Glied der Summe mit diesem Faktor multipliziert und dann die Produkte addiert (Bei Differenz ebenso).

*Beispiel:* $8 \cdot (12 + x - 3y) = 8 \cdot 12 + 8 \cdot x - 8 \cdot 3y = 96 + 8x - 24y$

Man dividiert eine Summe durch einen (von null verschiedenen) Divisor, indem man jedes Glied der Summe durch diesen Divisor dividiert und dann die Quotienten addiert (Bei Differenz ebenso).

*Beispiel:* $(12 + 4x - 6y) : 2 = 12 : 2 + 4x : 2 - 6y : 2 = 6 + 2x - 3y$

### Ausmultiplizieren von Klammern

Man multipliziert eine Summe (Differenz) mit einer Summe (Differenz), indem man jedes Glied der ersten Summe (Differenz) mit jedem Glied der zweiten Summe (Differenz) **unter Beachtung der Vor- und Rechenzeichen** multipliziert und dann die Teilprodukte addiert bzw. subtrahiert.

*Beispiele:*
$(5y + 3) \cdot (4y + 9) = 20y^2 + 45y + 12y + 27 = 20y^2 + 57y + 27$

$(5y - 3) \cdot (4y + 9) = 20y^2 + 45y - 12y - 27 = 20y^2 + 33y - 27$
$(5y + 3) \cdot (4y - 9) = 20y^2 - 45y + 12y - 27 = 20y^2 - 33y - 27$
$(5y - 3) \cdot (4y - 9) = 20y^2 - 45y - 12y + 27 = 20y^2 - 57y + 27$

### Ausklammern

Durch Ausklammern eines Faktors wird aus einer Summe (Differenz) ein **Produkt.**

*Beispiele*
$6x + 18y = 6(x + 3y)$
$5xyz + 20\,xyw = 5xy(z + 4w)$
$-5w - 2s = (-1) \cdot (5w + 2s) = -(5w + 2s)$

*NEU*
delta7
Seite 78-102
Seite 198-203

## Gleichungen

**Grundbegriffe**

| | Beispiel |
|---|---|
| Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die miteinander durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind. | **x + 3 = 2x - 7** |
| Setzt man für die Variable eine Zahl in die Gleichung ein, so kann sich eine wahre oder eine falsche Aussage ergeben. | **4 + 3 = 2·4 - 7**<br>**7 = 1** **falsch** |
| Die (vorgegebene) Menge aller Zahlen, die zum Einsetzen in die Gleichung zur Verfügung stehen, heißt **Grundmenge G**. | **G = $\mathbb{N}$** |
| Die Zahlen der Grundmenge G, die beim Einsetzen in die Gleichung eine wahre Aussage liefern, heißen **Lösungen** dieser Gleichung. | **10 + 3 = 2·10 - 7**<br>**13 = 13** |
| Die Lösungen einer Gleichung fasst man zur **Lösungsmenge $\mathbb{L}$** dieser Gleichung zusammen. | **$\mathbb{L}$ = {10}** |
| Wenn kein Element der Grundmenge G beim Einsetzen in die Gleichung eine wahre Aussage ergibt, dann ist die Lösungsmenge die **leere Menge**, geschrieben { } (oder Ø). | **G = {1; 2; 3}**<br>**x + 3 = 2x - 7**<br>**$\mathbb{L}$ = { }** |

***NEU***
delta7
Seite 104-105

## Lösen von Gleichungen

| | Beispiel |
|---|---|
| Gleichungen (mit der gleicher Grundmenge) heißen **äquivalent**, wenn sie die gleiche Lösungsmenge besitzen. | **3x + 1 = 7**<br>**1 + x + x + x = 2 + 5** |
| **Äquivalenzumformungen** sind Umformungen, bei denen sich die Lösungsmenge der Gleichung nicht ändert. Mit ihnen vereinfachen wir komplizierte Gleichungen! | **$\mathbb{L}$ = { 2 }** |
| Die Lösungsmenge einer Gleichung ändert sich nicht, wenn man | **3x + 1 = 7** |
| ✓ zu den beiden Seiten dieser Gleichung **dieselbe Zahl** bzw. denselben Term addiert. | **3x + 1 = 7 \|+3**<br>**3x + 4 = 10** |
| ✓ von den beiden Seiten dieser Gleichung **dieselbe Zahl** bzw. denselben Term subtrahiert. | **3x + 4 = 10 \|-4**<br>**3x = 6** |
| ✓ beide Seiten dieser Gleichung mit derselben (von null verschiedenen) **Zahl multipliziert**. | **3x = 6 \|•2**<br>**6x = 12** |
| ✓ beiden Seiten dieser Gleichung durch dieselbe (von null verschiedene) **Zahl dividiert**. | **6x = 12 \|:6**<br>**x = 2** |

*Beispiele:*

**a)** Grundmenge: G = $\mathbb{N}$

Gleichung: x + 12 = 4 | –12

Neue Gleichung: x = –8

–8 ∉ $\mathbb{N}$

Lösungsmenge: $\mathbb{L}$ = { }

Hinter der Gleichung steht hinter einem Strich die Äquivalenzumformung...

**b)** G = $\mathbb{Z}$

4x – 3 = 25 | +3
4x = 28 | :4
x = 7 ∈ $\mathbb{Z}$
$\mathbb{L}$ = { 7 }

**c)** G = $\mathbb{Q}$

7x + 4 = 3 – x | +x
8x + 4 = 3 | –4
8x = –1 | :8
x = –0,125
$\mathbb{L}$ = { –0,125 }

***NEU***
delta7
Seite 106-119

## Geld

GRÖSSEN
delta5
Seite 14

Euro: 1 € = 100 ct    Cent: 1 ct = 0,01 €

*Beispiele:* 325 ct = 3,25 €    432 ct = 4,32 €
4014 ct = 40,14 €    5 € 3 ct = 503 ct

## Länge

GRÖSSEN
delta5
Seite 146

| 10 km | km | 100 m | 10m | m | dm | cm | mm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

1 km = 1 000 m
Kilometer (km)

1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm
Meter (m)

1 dm = 10 cm = 100 mm
Dezimeter (dm)

1 cm = 10 mm
Zentimeter (cm)

1 m = 0,001 km
1 cm = 0,1 dm = 0,01 m

1 dm = 0,1 m
1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

## Masse

GRÖSSEN
delta5
Seite 148

| t | 100 kg | 10 kg | kg | 100 g | 10 g | g | 100 mg | 10 mg | mg |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

1 t = 1 000 kg Tonne (t)    1 kg = 0,001 t

1 kg = 1 000 g Kilogramm (kg)    1 g = 0,001 kg

1 g = 1 000 mg Gramm (g)    1 mg = 0,001 g Milligramm (mg)

## Zeit

GRÖSSEN
delta5 Seite 150

1 a = 12 Monate    1 d = 24 h (Tag)

1 a = 52 Wochen    1 h = 60 min (Stunde)

1 a = 365 d (Schaltjahr: 366 d)    1 min = 60 s (Minute, Sekunde)

## Fläche

GRÖSSEN
delta5
Seite 178

| km² | 10 ha | ha | 10 a | a | 10 m² | m² | 10 dm² | dm² | 10 cm² | cm² | 10 mm² | mm² |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | |

1 $km^2$ = 100 ha = 10 000 a = 1 000 000 $m^2$    Quadratkilometer
1 ha = 100 a = 10 000 $m^2$    Hektar
1 a = 100 $m^2$    Ar

1 $m^2$ = 100 $dm^2$ = 10 000 $cm^2$ = 1 000 000 $mm^2$;    Quadratmeter
1 $dm^2$ = 100 $cm^2$ = 10 000 $mm^2$    Quadratdezimeter
1 $cm^2$ = 100 $mm^2$    Quadratzentimeter

1 ha = 0,01 $km^2$
1 a = 0,01 ha = 0,0001 $km^2$
1 $m^2$ = 0,01 a = 0,0001 ha = 0,000001 $km^2$

1$dm^2$ = 0,01 $m^2$
1 $cm^2$ = 0,01 $dm^2$ = 0,0001 $m^2$
1 $mm^2$ = 0,01 $cm^2$ = 0,0001 $dm^2$ = 0,000001 $m^2$    Quadratmillimeter

## Volumen

**GRÖSSEN**

| 100 m³ | 10 m³ | m³ | 100 dm³ | 10 dm³ | dm² | 100 cm³ | 10 cm³ | cm³ | 100 mm³ | 10 mm³ | mm³ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | |

1 km³ = 1 000 000 000 m³ — Kubikkilometer
1 m³ = 1 000 dm³ = 1 000 000 cm³ = 1 000 000 000 mm³ — Kubikmeter
1 dm³ = 1 000 cm³ = 1 000 000 mm³ — Kubikdezimeter
1 cm³ = 1 000 mm³ — Kubikzentimeter

1 m³ = 0,000 000 001 km³
1dm³ = 0,001 m³
1 cm³ = 0,001 dm³ = 0,000 001 m³
1 mm³ = 0,001 cm³ = 0,000 001 dm³ = 0,000 000 001 m³ — Kubikmillimeter

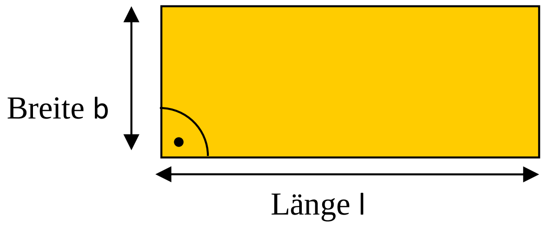
1 hl = 100 l — Hektoliter
10 hl = 1000 l = 1 000 dm³ = 1 m³
1 l = 1 dm³ = 0,01 hl — Liter
1 ml = 1 cm³ = 0,001 l — Milliliter

delta6
Seite 152/160

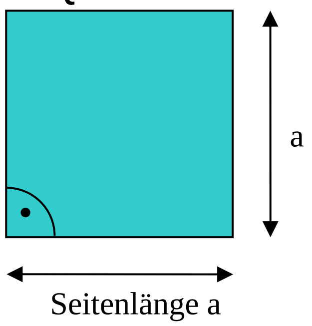
## Umfangslänge

**GRÖSSEN**

**Rechteck**




**Quadrat**




**Umfangslänge:** $U_{Rechteck} = 2 \cdot l + 2 \cdot b = 2 \cdot (l + b)$ $U_{Quadrat} = 4 \cdot a$

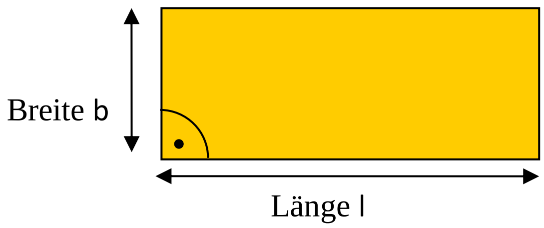
*Im Beispiel:* $U_{Rechteck} = 2 \cdot 5\text{ cm} + 2 \cdot 2\text{ cm} = \underline{\underline{14\text{ cm}}}$ $U_{Quadrat} = 4 \cdot 3\text{ cm} = \underline{\underline{12\text{ cm}}}$

delta5
Seite 158

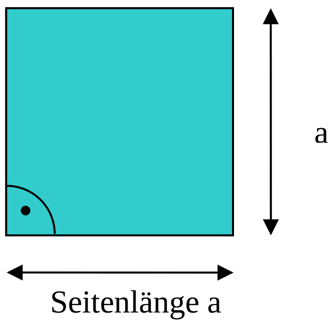
## Flächeninhalt

**GRÖSSEN**

**Rechteck**




**Quadrat**




**Flächeninhalt:** $A_{Rechteck} = l \cdot b$ („Länge mal Breite“) $A_{Quadrat} = a \cdot a = a^2$

*Im Beispiel:* $A_{Rechteck} = 5\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = \underline{\underline{10\text{ cm}^2}}$ $A_{Quadrat} = 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = \underline{\underline{9\text{ cm}^2}}$

delta5
Seite 182

| *Beispiele:* | | | |
|---|---|---|---|
| **Maßstab** | **1 : 30** | **1 : 80 000** | **2 : 1** |
| Länge der Strecke in Wirklichkeit | 90 m | 16 km | 13 mm |
| Länge der Strecke in der Abbildung | (90 m : 30 =)<br>3 m | (16 km : 80 000 =)<br>20 cm | (13 mm • 2 =)<br>26 mm |
| Vergrößerung oder Verkleinerung? | Verkleinerung | Verkleinerung | Vergrößerung |

**Maßstab**

**RECHNEN MIT GRÖSSEN**

delta5
Seite 164

**Addieren und Subtrahieren von Größen in Kommaschreibweise**

- ✓ Alle Größen müssen in der gleichen Maßeinheit angegeben werden.
- ✓ Es wird stellenweise addiert bzw. subtrahiert.
- ✓ Im Endergebnis wird das Komma an die entsprechende Stelle gesetzt.

*Beispiele:*

| | |
|---|---|
| 2,950 kg | 3,860 kg |
| + 0,183 kg | - 0,073 kg |
| 2,767 kg | 3,787 kg |

**Multiplizieren von Größen mit natürlichen Zahlen**

- ✓ Die Maßzahl sollte eine natürliche Zahl sein.
  Notfalls die Größe in eine kleinere Einheit umwandeln.
- ✓ Die beiden natürlichen Zahlen multiplizieren.
- ✓ Den Produktwert in eine größere Maßeinheit umwandeln
  (unter Verwendung der Kommaschreibweise).

*Beispiel:* 8 • 2,84 kg = 8 • 2840 g = 22 720 g = 22,72 kg

**Multiplizieren von Größen mit Zehnerstufenzahlen**

- ✓ Das Komma bei der gegebenen Größe um so viele Stellen nach **rechts** verschieben, wie die Zehnerstufenzahl Nullen besitzt.

*Beispiel:* 1 000 • 5,8572 km = 5857,2 km
(Das Komma ist um drei Stellen nach rechts gerückt.)

**Dividieren von Größen durch natürliche Zahlen**

- ✓ Die Maßzahl sollte eine natürliche Zahl sein.
  Notfalls den Dividenden in eine kleinere Einheit umwandeln.
- ✓ Die beiden natürlichen Zahlen dividieren.
- ✓ Den Quotientenwert in eine größere Maßeinheit umwandeln
  (unter Verwendung der Kommaschreibweise).

*Beispiel:* 19,76 €: 13 = 1 976 ct : 13 = 152 ct = 1,52€

**Dividieren von Größen durch Zehnerstufenzahlen**

- ✓ Das Komma im Dividenden um so viele Stellen nach **links** verschieben, wie die Zehnerstufenzahl Nullen besitzt.

*Beispiele:* 8345,7 km : 1 00 = 83,457 km.
(Das Komma ist um zwei Stellen nach links gerückt.)

**RECHNEN MIT GRÖSSEN**

delta5
Seite 152ff

## Dreisatz

**RECHNEN MIT GRÖSSEN**

Gehört zum Doppelten, Dreifachen, Vierfachen ... einer Größe das Doppelte, Dreifache, Vierfache ... einer anderen Größe, so kann man von einem Vielfachen der einen Größe auf das entsprechende Vielfache der anderen Größe schließen.

| Eiskugeln | Preis |
|---|---|
| 1 | 0,70 € |
| 2 | 1,40 € |
| 4 | 2,80 € |
| 8 | 5,60 € |

*Beispiele:*

1) Herr Maier zahlt für 25 Liter Benzin 29,75 €. Wie viel kosten 40 Liter?

***Lösung:*** 25 Liter kosten 29,75 €.
1 Liter kostet (29,75 € : 25 =) 1,19 €
(„Schluss auf die Einheit").
40 Liter kosten dann (40 • 1,19 € =) 47,60 €.

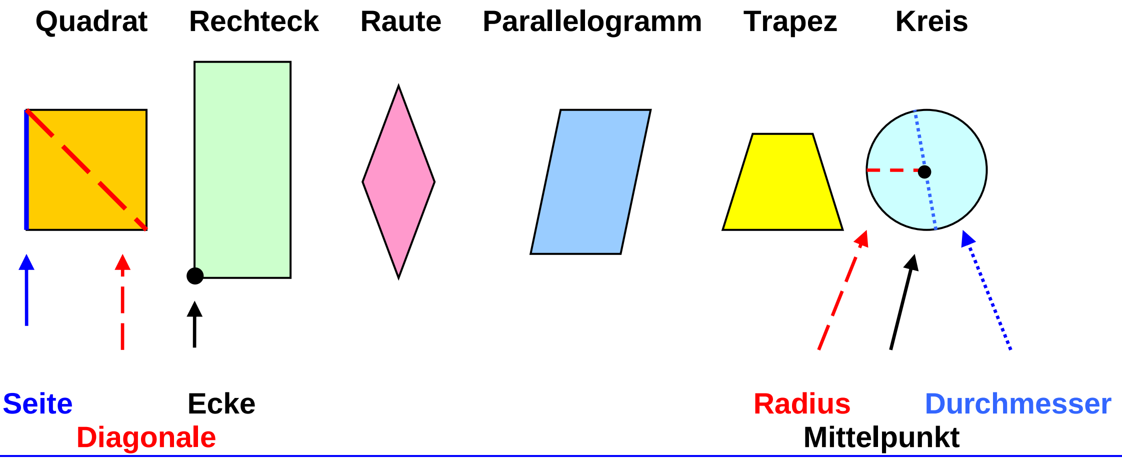
2) Frau Maier erbt 30600 € (das sind 45% des gesamten Vermögens) von ihrem Opa. Wie groß war das Vermögen?

***Lösung:*** 45% des Vermögens entsprechen 30600 €.
1 % seines Monatsgehalts entspricht (30600 € : 45 =) 680 €
(„Schluss auf die Einheit").
100% des Vermögens entsprechen somit (100 • 680 €=) 68000 €.

delta6
Seite 220

## Geometrische Grundfiguren

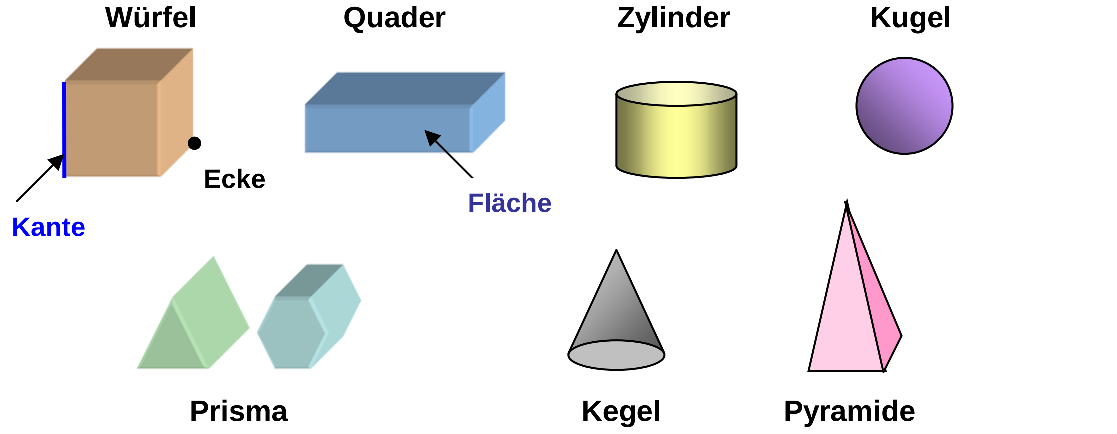
**GEOMETRIE**




delta5
Seite 72

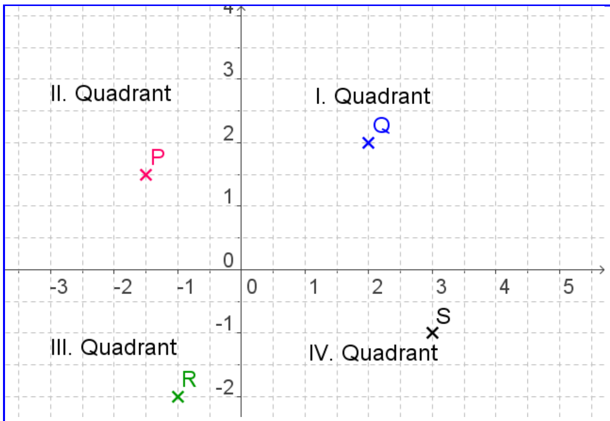
## Geometrische Grundkörper

**GEOMETRIE**




delta5
Seite 72

## Koordinatensystem




x-Koordinate

**P ( -1,5 | 1,5 )**

**Q ( 2 | 2 )**

**R ( -1 | -2 )**

**S ( 3 | -1 )**

y-Koordinate

GEOMETRIE

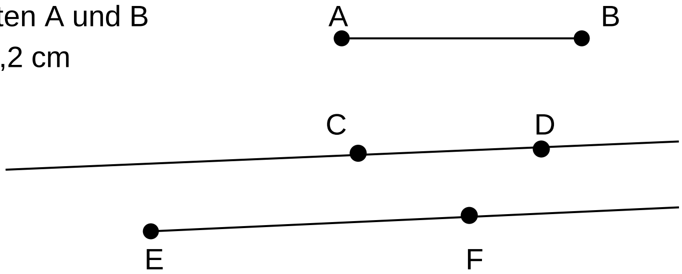
delta5 Seite 86

## Strecke, Gerade, Halbgerade

Strecke **[AB]** mit den Endpunkten A und B
und der Streckenlänge $\overline{AB}$ = 3,2 cm

Gerade **CD**

Halbgerade (Strahl) **[EF**
mit Anfangspunkt E




GEOMETRIE

delta5 Seite 74

## Senkrecht, parallel

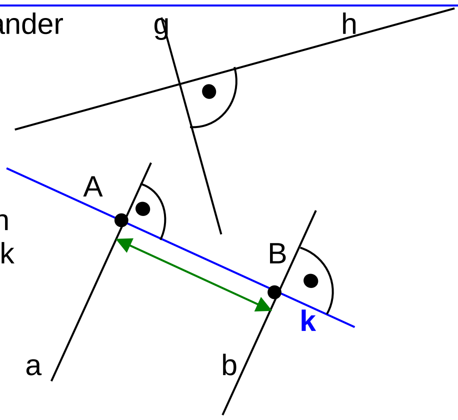
Geraden, Halbgeraden oder Strecken, die miteinander einen rechten Winkel bilden, stehen **aufeinander senkrecht.**

Schreibweise: $g \perp h$

Zwei Geraden a und b (der Zeichenebene) heißen **zueinander parallel**, wenn es eine dritte Gerade k gibt, die auf jeder der beiden senkrecht steht.

Schreibweise: a ∥ b

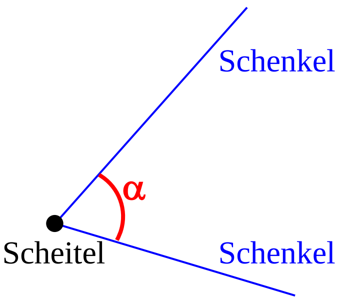
Abstand d der Geraden a und b: **d =** $\overline{AB}$

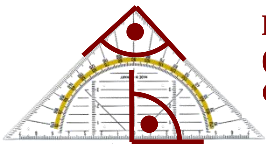



GEOMETRIE

delta5 Seite 76

## Winkel (I)

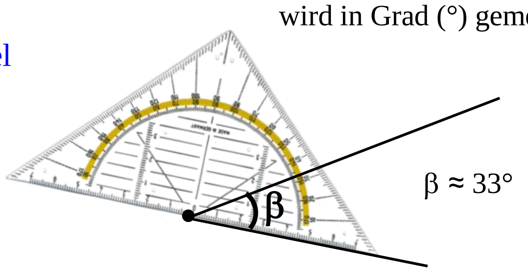


**Rechte Winkel ( 90° ) am Geodreieck**

Die Größe eines Winkels wird in Grad (°) gemessen.

Winkel messen:

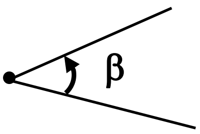



β ≈ 33°

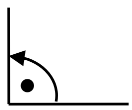
GEOMETRIE

delta5 Seite 82

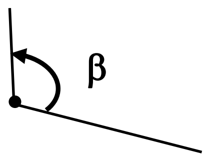
Nullwinkel
β = 0°



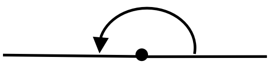

Spitzer Winkel
0°< β < 90°



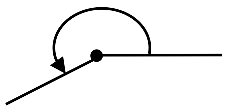
Rechter Winkel
β = 90°



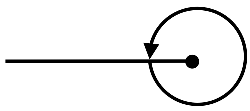

Stumpfer Winkel
90°< β < 180°



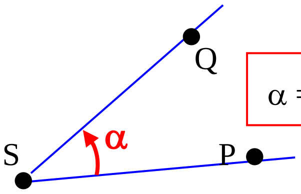
Gestreckter Winkel
β = 180°



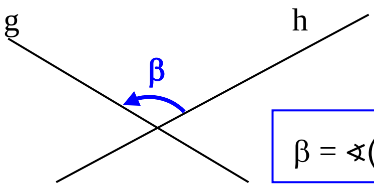
Überstumpfer Winkel
180° < β < 360°



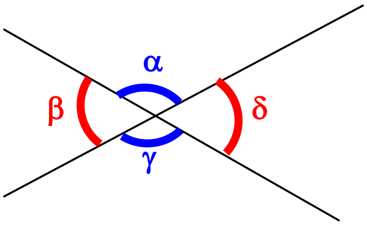
Vollwinkel β = 360°



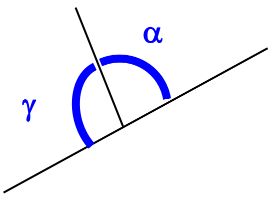

$\alpha = \sphericalangle PSQ$



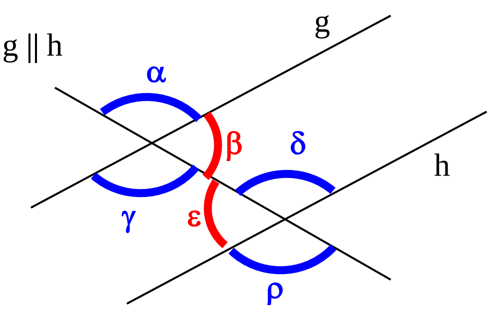

$\beta = \sphericalangle(h;g)$




**Scheitelwinkel** sind gleich groß:
$\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$

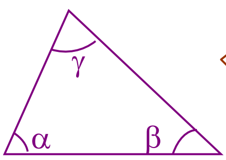


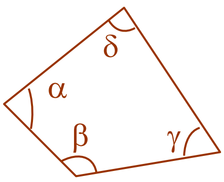

**Nebenwinkel** ergeben zusammen 180°:
$\alpha + \gamma = 180°$




**Wechselwinkel** an parallelen Geraden sind gleich groß:
$\alpha = \rho$ oder $\gamma = \delta$ oder $\beta = \varepsilon$

**Stufenwinkel** an parallelen Geraden sind gleich groß:
$\alpha = \delta$ oder $\gamma = \rho$




Die **Winkelsumme** der Innenwinkel …

**…jedes Dreiecks beträgt 180°.**
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

**…jedes Vierecks beträgt 360°.**
$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

**Winkel (II) Bezeichnungen**

**GEOMETRIE**

delta5
Seite 82

***NEU***
delta7
Seite 38

***NEU***
delta7
Seite 42

***NEU***
delta7
Seite 46 / 52

## Achsensymmetrie

Eine Figur ist achsensymmetrisch, wenn man sie so falten kann, dass ihre beiden Teile genau aufeinander passen; die Faltkante heißt dann **Symmetrieachse**.

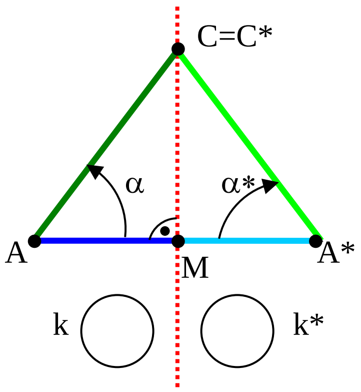
Zueinander symmetrische Strecken sind gleich lang.

$$\overline{AC} = \overline{A^*C^*}$$
$$r = r^*$$

Zueinander symmetrische Winkel sind gleich groß und haben entgegengesetzten Drehsinn.

$$\alpha = \alpha^*$$

Jeder Punkt der Symmetrieachse ist von zueinander symmetrischen Punkten gleich weit entfernt.




Die Verbindungsstrecke zueinander symmetrischer Punkte wird von der Symmetrieachse rechtwinklig halbiert.

$$\overline{AM} = \overline{MA^*}$$

**GEOMETRIE**

delta5
Seite 92

***NEU***
delta7
Seite 10 ff

## Punktsymmetrie

Wenn eine Figur bei einer Drehung um 180° um einen Punkt Z **(Symmetriezentrum)** mit sich zur Deckung kommt, so heißt diese Figur **punktsymmetrisch.**

Zueinander punktsymmetrische Strecken sind gleich lang und zueinander parallel.

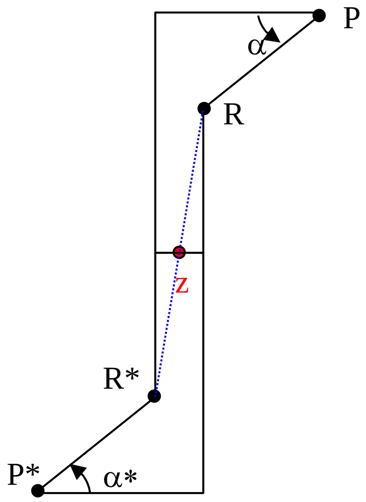
$$\overline{PR} = \overline{P^*R^*}$$
$$PR \parallel P^*R^*$$

Zueinander punktsymmetrische Winkel sind gleich groß und haben gleichen Drehsinn.

$$\alpha = \alpha^*$$

Die Verbindungsstrecke zueinander symmetrischer Punkte wird vom Symmetriezentrum halbiert.

$$\overline{ZR} = \overline{ZR^*}$$

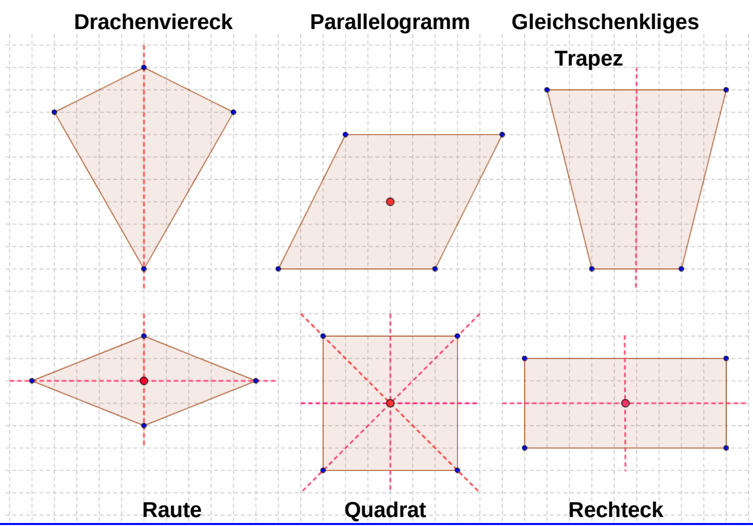



**GEOMETRIE**

delta5
Seite 92

***NEU***
delta7
Seite 24 ff

## Symmetrische Vierecke



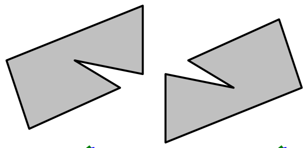

**GEOMETRIE**

delta5
Seite 72

***NEU***
delta7
Seite 28 ff

**Kongruenz**

Lassen sich zwei Figuren vollständig miteinander zur Deckung bringen, so heißen sie **deckungsgleich** oder zueinander **kongruent.**

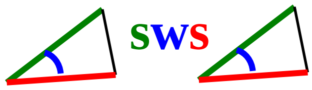


**Kongruenzsätze für Dreiecke**

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie…

- ✓ in den Längen der drei Seiten übereinstimmen **(sss-Satz).**


- ✓ in den Längen von zwei Seiten und in der Größe von deren Zwischenwinkel übereinstimmen **(sws-Satz).**



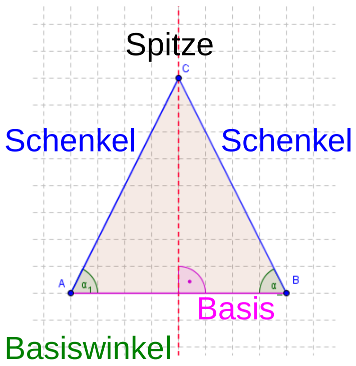

- ✓ in der Länge einer Seite und in den Größen der beiden dieser Seite anliegenden Winkel übereinstimmen **(wsw-Satz).**


- ✓ in den Längen zweier Seiten und in der Größe des der längeren dieser beiden Seiten gegenüberliegenden Winkels übereinstimmen **(SsW-Satz).**


GEOMETRIE

*NEU*
delta7
Seite 148 ff

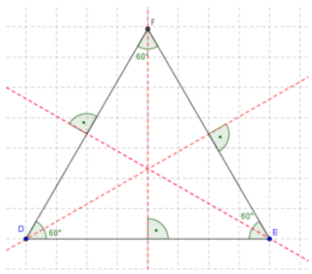
**Besondere Dreiecke**




Dreiecke mit einer Symmetrieachse heißen **gleichschenklig.**

**Eigenschaften:**

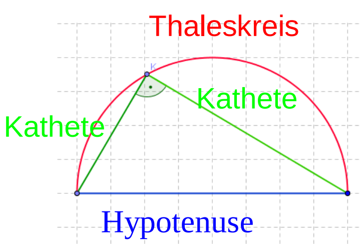
- ✓ Zwei Seiten sind gleich lang (Schenkel).
- ✓ Die der Basis anliegenden Winkel (Basiswinkel) sind gleich groß.
- ✓ Die Symmetrieachse halbiert den Winkel an der Spitze und halbiert die Basis rechtwinklig.



**Gleichseitige** Dreiecke haben drei gleich lange Seiten.

**Eigenschaften:**

- ✓ Alle Innenwinkel messen 60°.
- ✓ Jedes gleichseitige Dreieck besitzt drei Symmetrie-achsen; sie halbieren die Innenwinkel und halbieren die Dreiecksseiten rechtwinklig.




Dreiecke, bei denen ein Innenwinkel 90° misst, heißen **rechtwinklig.**

**Eigenschaften:**

- ✓ Der Scheitel des rechten Winkels liegt auf dem Kreis über der Hypotenuse als Durchmesser **(Thaleskreis).**
- ✓ Wenn die Ecke C eines Dreiecks ABC auf dem Kreis über der Seite [AB] als Durchmesser liegt, dann ist das Dreieck ABC rechtwinklig und C der Scheitel des rechten Winkels.

*NEU*
delta7
Seite160 ff

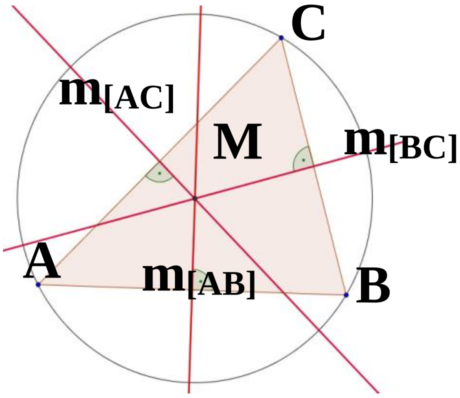
GEOMETRIE

*NEU*
delta7
Seite 166 ff

**Besondere Linien im Dreieck**

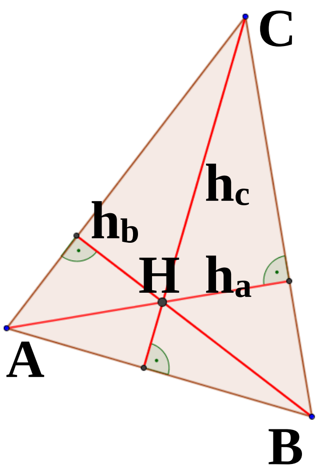
Alle Punkte (der Zeichenebene), die von zwei Punkten A und B gleich weit entfernt sind, liegen
auf der **Mittelsenkrechten** (dem **Mittellot**) $m_{[AB]}$ ihrer Verbindungsstrecke.

Die drei Mittelsenkrechten $m_{[AB]}$, $m_{[BC]}$ und $m_{[CA]}$ eines Dreiecks ABC schneiden einander stets in einem Punkt M, dem Mittelpunkt des **Umkreises** dieses Dreiecks. Die Punkte A, B und C sind von M gleich weit entfernt.




***NEU***
delta7
Seite180

**GEOMETRIE**



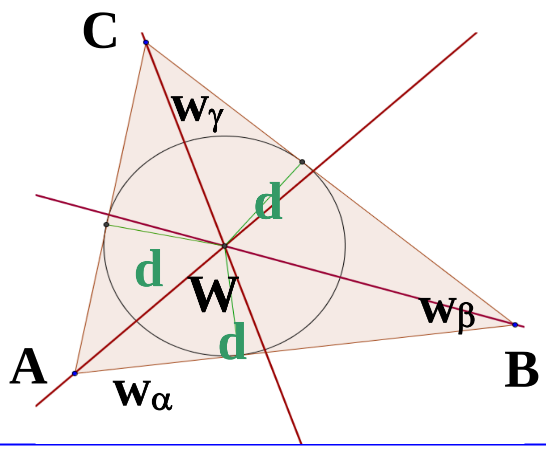

Eine Gerade, die durch einen Eckpunkt eines Dreiecks geht und die gegenüberliegende Seite oder deren Verlängerung rechtwinklig schneidet, heißt **Höhe** dieses Dreiecks.

Jedes Dreieck besitzt somit drei Höhen $h_a$, $h_b$ und $h_c$; sie schneiden einander in einem Punkt H.

***NEU***
delta7
Seite 184

Eine Gerade, die einen Dreiecksinnenwinkel halbiert, heißt **Winkelhalbierende** dieses Dreiecks.

Jedes Dreieck besitzt somit drei Winkelhalbierende $w_\alpha$, $w_\beta$ und $w_\gamma$; sie schneiden einander in einem Punkt W, der von den drei Seiten den gleichen Abstand d besitzt.
W ist der Mittelpunkt des **Innkreises**.




***NEU***
delta7
Seite 188

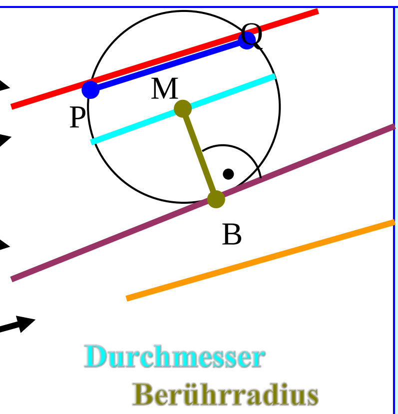
**Kreis und Gerade**

Eine Gerade heißt **Sekante** eines Kreises, wenn sie diesen Kreis in zwei Punkten schneidet.

Die Verbindungsstrecke zweier Kreispunkte heißt **Sehne ( [PQ] ).**

Eine Gerade heißt **Tangente** eines Kreises, wenn sie mit diesem genau einen Punkt gemeinsam hat.
Dieser Punkt heißt **Berührpunkt (B).**

Eine Gerade heißt **Passante** eines Kreises, wenn sie mit diesem Kreis keinen Punkt gemeinsam hat.



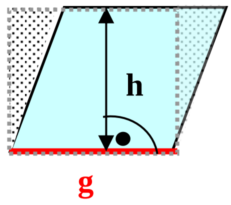

**GEOMETRIE**

***NEU***
delta7
Seite 170 ff

**Parallelogramm:**
Jeweils zwei gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel.

Seitenlänge g („Grundseite“) – zugehörige Höhe h

**$A_{Parallelogramm} = g \cdot h$**




**Flächeninhalt Parallelogramm**

**GEOMETRIE**

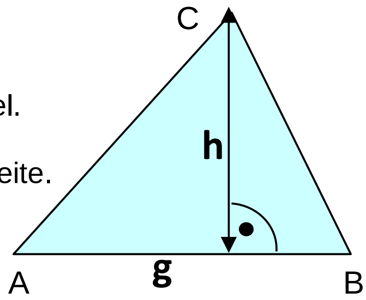
delta6
Seite 130

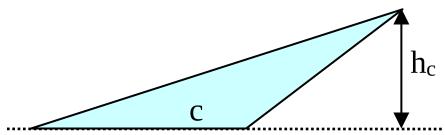
**Dreieck:**

Drei Ecken – drei Seiten („Grundseiten“) – drei Innenwinkel.

Höhe h: Abstand der Ecke von der gegenüberliegenden Seite.

$$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{g \cdot h}{2}$$




Bei manchen Dreiecken kann die Höhe auch außerhalb des Dreiecks liegen.

**Flächeninhalt Dreieck**

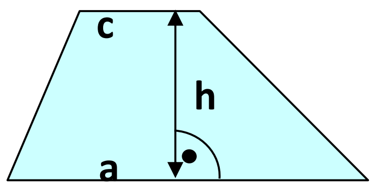
**GEOMETRIE**

delta6
Seite 136

**Trapez:**
Zwei gegenüberliegende Seiten („Grundseiten“) sind parallel (hier a und c).

Höhe h: Abstand der parallelen Grundseiten

$$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h = \frac{a+c}{2} \cdot h$$




**Flächeninhalt Trapez**

**GEOMETRIE**

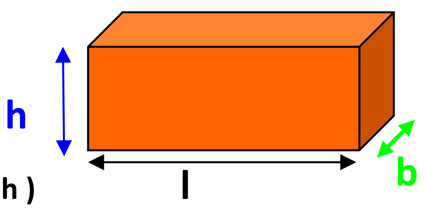
delta6
Seite 138

**Quader:**

Länge **l** , Breite **b** , Höhe **h**

Volumen: $V_{Quader} = \mathbf{l} \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{h}$

Oberflächeninhalt: $A_{Quader} = 2 \cdot (\mathbf{l} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{l} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{h})$

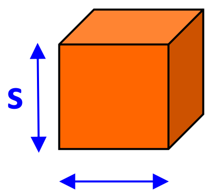



**Würfel:**

Kantenlänge s

Volumen: $V_{Würfel} = s \cdot s \cdot s = s^3$

Oberflächeninhalt: $A_{Würfel} = 6 \cdot s^2$

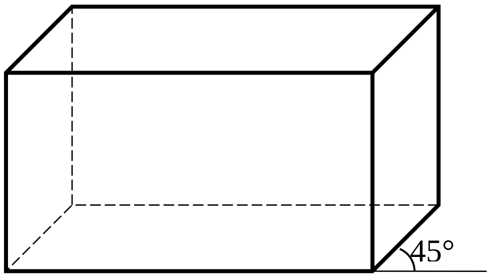


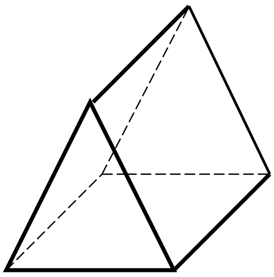

**Volumen und Oberflächeninhalt**

**GEOMETRIE**

delta6
Seite 146/152/160

**Schrägbild**



In einem **Schrägbild** wird ein Körper so gezeichnet, dass man ihn sich räumlich gut vorstellen kann.

Die „nach hinten" verlaufenden Quaderkanten werden schräg und verkürzt, aber zueinander parallel gezeichnet. Häufig trägt man sie unter einem Winkel von 45° und in halber Länge an.

**Unsichtbare Kanten** werden gestrichelt eingezeichnet.

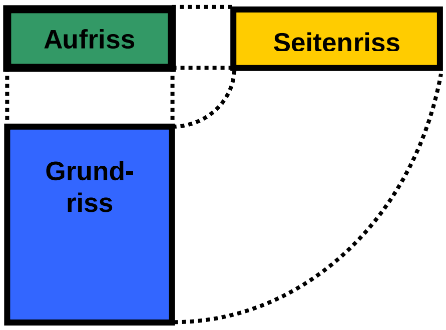
**GEOMETRIE**

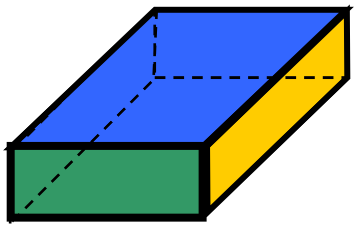
Um eine räumliche Vorstellung von einem Körper zu erhalten, stellt man ihn häufig aus mehreren verschiedenen Richtungen betrachtet dar:

Der **Grundriss** zeigt, wie der Körper (senkrecht) von oben betrachtet aussieht.

Der **Aufriss** zeigt, wie der Körper von vorne betrachtet aussieht.

Ein **Seitenriss** zeigt, wie der Körper von rechts (oder von links) betrachtet aussieht.



delta6
Seite 148/150