Natürliche Zahlen

ZAHLEN

$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen

Beispiele:

5 ist eine natürliche Zahl kurz: $5 \in \mathbb{N}$ „5 ist ein Element von $\mathbb{N}$“

-2 ist keine natürliche Zahl kurz: $-2 \notin \mathbb{N}$ „-2 ist kein Element von $\mathbb{N}$“

0 ist keine natürliche Zahl kurz: $0 \notin \mathbb{N}$ „0 ist kein Element von $\mathbb{N}$“

Jede natürliche Zahl (außer der Zahl 1) hat eine natürliche Zahl als Vorgänger.
Beispiel: *257 ist der Vorgänger von 258*

Jede natürliche Zahl hat eine natürliche Zahl als Nachfolger.
Beispiel: *425 ist der Nachfolger von 424*

Somit gibt es unendlich viele natürliche Zahlen.

Ebenso:
$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen und Null

delta5
Seite 10

Zahlen mit besonderen Eigenschaften

ZAHLEN

$\{1; 3; 5; 7; 9; \ldots\}$ Menge der ungeraden natürlichen Zahlen

$\{2; 4; 6; 8; 10; \ldots\}$ Menge der geraden natürlichen Zahlen

$\{1; 4; 9; 16; 25; \ldots\}$ Menge der Quadratzahlen
Multipliziert man eine natürliche Zahl mit sich selbst, erhält man eine Quadratzahl.
Beispiele: $2 \cdot 2 = 4$ oder $9 \cdot 9 = 81$

Beispiele für Vielfachenmengen:
$V_5 = \{5; 10; 15; 20; 25; \ldots\}$ Menge aller Vielfachen der Zahl 5
$V_7 = \{7; 14; 21; 28; 35; \ldots\}$ Menge aller Vielfachen der Zahl 7

Beispiele für Teilermengen:
$T_8 = \{1; 2; 4; 8\}$ Menge aller Teiler der Zahl 8
$T_{24} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$ Menge aller Teiler der Zahl 24

$\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; \ldots\}$ Menge der Primzahlen
Jede Primzahl hat **genau zwei** Teiler, 1 und sich selbst.

Jede natürliche Zahl (außer 1 und den Primzahlen) kann
man als Produkt von Primzahlen schreiben.
Beispiele:

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
„Primfaktorzerlegung“ $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$

delta5
Seite 12

Zehnersystem (Dezimalsystem)

ZAHLEN

Der Wert, den eine Ziffer hat, hängt von der Stelle ab, an der sie innerhalb
einer Zahl steht. Daher spricht man von einem **Stellenwertsystem.**

Beispiel: Die Zahl 517204201

Zehnerstufen	Mrd	HM	ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E
Ziffer		5	**1**	7	**2**	0	4	**2**	0	**1**

Die Zahlen 1; 10; 100; 1000; … nennt man **Stufenzahlen** unseres Zehnersystems.

delta5
Seite 16

Römische Zahlzeichen

Die römischen Zahlzeichen haben unabhängig davon, an welcher Stelle sie stehen, immer den gleichen Wert (also **kein** Stellenwertsystem):

I = 1 V = 5 X = 10 L = 50 C = 100 D = 500 M = 1000

Beispiele:

31 = XXXI
75 = LXXV
1362 = MCCCLXII

Steht ein kleineres Zeichen vor einem größeren, so wird subtrahiert.

Beispiele:

4 = IV (5 – 1)
29 = XXIX (10 + 10 + (10 – 1))
96 = XCVI (100 – 10 + 5 + 1)

ZAHLEN

delta5
Seite 26

Runden

Bei den Ziffern 0, 1, 2, 3 und 4 rundet man ab!

Beispiele:

562 ≈ 560 (Z – auf Zehner gerundet)
141 ≈ 100 (H – auf Hunderter gerundet)
7362 ≈ 7000 (T – auf Tausender gerundet)

Bei den Ziffern 5, 6, 7, 8 und 9 rundet man auf!

Beispiele:

836 ≈ 840 (Z)
488 ≈ 500 (H)
4525 ≈ 5000 (T)

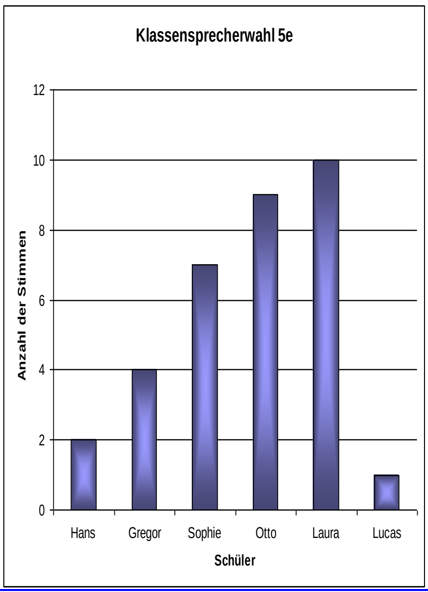
ZAHLEN

delta5
Seite 20

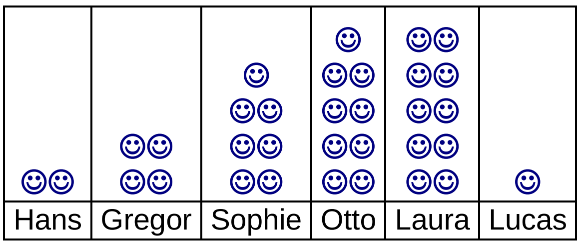
Tabellen und Diagramme

Schüler	Hans	Gregor	Sophie	Otto	Laura	Lucas
Stimmen	2	4	7	9	10	1

Säulendiagramm



Bilddiagramm



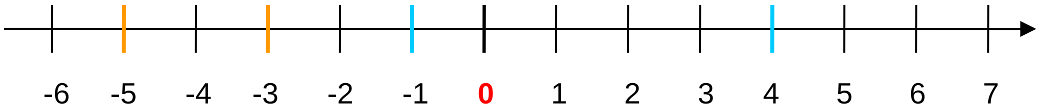
ZAHLEN

delta5
Seite 22

Ganze Zahlen

$\mathbb{Z}$ = {…; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; …} Menge der ganzen Zahlen

Zahlengerade:

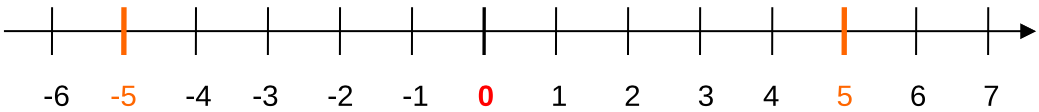


negative ganze Zahlen | **null** | natürliche Zahlen (positive ganze Zahlen)

Anordnung der ganzen Zahlen:
Von zwei ganzen Zahlen ist diejenige größer, deren Bildpunkt auf der Zahlengeraden weiter rechts liegt.

Beispiel: **-5 < -3** und **-1 < 4**
bzw. **-3 > -5** und **4 > -1**

Betrag einer ganzen Zahlen:
Er gibt die Entfernung des Bildpunktes einer Zahl vom Nullpunkt der Zahlengeraden an.



Beispiel: -5 und +5 haben beide den Betrag 5
(Man nennt -5 Gegenzahl von +5 und umgekehrt.)

ZAHLEN

delta5
Seite 52

Fachbegriffe (I)

STRICHRECHENARTEN:

Addition:	35	+	28	=	63
	1. Summand	plus	2. Summand		Wert der Summe

Termname: Summe

Subtraktion:	54	–	14	=	40
	Minuend	minus	Subtrahend		Wert der Differenz

Termname: Differenz

RECHENARTEN

delta5
Seite
34/102/112/114

Fachbegriffe (II)

RECHENARTEN

PUNKTRECHENARTEN:

Multiplikation:

5	•	18	=	90
1. Faktor	mal	2. Faktor		Wert des Produkts

Termname: Produkt

Division:

38	:	2	=	19
Dividend	geteilt durch	Divisor		Wert des Quotienten

Termname: Quotient

Potenzieren:

$12^2 = 144$

Basis, hoch, Exponent; Wert der Potenz

Termname: Potenz

Rechnung: $12^2 = 12 \cdot 12 = 144$
Weiteres Beispiel: $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

Zehnerpotenz: $7 \cdot 10^4 = 7 \cdot 10\,000 = 70\,000$

delta5
Seite
34/102/112/114

Schriftliches Rechnen in ℕ

RECHENARTEN

$$\begin{array}{r} 2496 \\ 1583 \\ +\ {\scriptstyle 1\,1} \\ \hline 4079 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 4} \\ \cancel{5}184 \\ 1254 \\ - \\ \hline 3930 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{273 \cdot 836} \\ 218400 \\ 8190 \\ \underline{1638} \\ 228228 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 432 : 27 = 16 \\ \underline{-27} \\ 162 \\ \underline{-162} \\ \quad 0 \end{array}$$

Überschlagsrechnungen:

2500 + 1600 = 4100

5000 – 1000 = 4000

300 · 800 = 240000

450 : 30 = 15

delta5
Seite
36/40/106/116

Rechnen in ℤ

Summanden mit gleichem Vorzeichen:

(+8) + (+5) = 8 + 5 = +13 — (–8) + (–5) = –8 – 5 = –13

gemeinsames Vorzeichen der Summanden — Summenwert der Beträge der Summanden

Summanden mit verschiedenen Vorzeichen:

(+8) + (–5) = 8 – 5 = +3 — (–8) + (+5) = –8 + 5 = –3

Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag — Unterschied der Beträge der Summanden

Beachte:
Bei verschiedenen Vorzeichen, aber gleichem Betrag ist der Summenwert 0.

(+8) + (–8) = 8 – 8 = 0 — (–5) + (+5) = –5 + 5 = 0

Zwei ganze Zahlen werden subtrahiert, indem man zum Minuenden die Gegenzahl des Subtrahenden addiert.

Beispiel: (+13) – (–5) = (+13) + (+5) = +18 = 18

Faktoren mit gleichem Vorzeichen:

(+5) • (+3) = +15 — (–5) • (–3) = +15

positives Vorzeichen („Plus") — Produktwert der Beträge der Faktoren

Faktoren mit verschiedenen Vorzeichen:

(+7) • (–3) = –21 — (–7) • (+3) = –21

negatives Vorzeichen („Minus") — Produktwert der Beträge der Faktoren

Zwei ganze Zahlen (nicht Null) werden dividiert, indem man ihre Beträge dividiert. Falls Dividend und Divisor das gleiche Vorzeichen besitzen, erhält das Ergebnis ein positives Vorzeichen, sonst ein negatives.

Beispiel: (–18) : (–3) = 6 — (–18) : (+3) = –6

Merke: $0 \cdot b = 0$ für alle $b \in \mathbb{Z}$

$0 : b = 0$ für alle $b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$

RECHENARTEN

delta5
Seite
56/58/62/130/134

Rechenregeln und Rechengesetze (I)

Kommutativgesetz:

Der Wert einer Summe (eines Produkts) ändert sich nicht, wenn man die Summanden (Faktoren) vertauscht.

$a + b = b + a$

$a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativgesetz:

Der Wert einer Summe (eines Produkts) ändert sich nicht, wenn man Summanden (Faktoren) mit Klammern zusammenfasst oder vorhandene Klammern weglässt.

Z. B.:
$a + (b + c) =$
$(a + b) + c =$
$a + b + c$

RECHENARTEN

delta5
Seite 34/44/66/
104/110/114/
120/136/

Rechenregeln und Rechengesetze (II)

RECHENARTEN

Rechenvorteile & Rechenregeln

Die Terme, die in Klammern stehen, werden zuerst berechnet.
Beispiel: 159 – (254 – 176) = 159 – 78 = 81

Potenzrechnungen werden vor „Punktrechnungen" ausgeführt.
Beispiel: $4 \cdot 2^5 = 4 \cdot 32 = 128$

„Punktrechnungen" werden vor „Strichrechnungen" ausgeführt.
Beispiel: 150 – 15 • (84 – 78) = 150 – 15 • 6 = 150 – 90 = 60

Das Distributivgesetz bringt oft zusätzliche Rechenvorteile.
Beispiele:
5 • 78 = 5 • (70 + 8) = 5 • 70 + 5 • 8 = 350 + 40 = 390 („Ausmultiplizieren")
8 • 21 + 8 • 19 = 8 • (21 + 19) = 8 • 40 = 320 („Ausklammern")
99 • 53 = (100 – 1) • 53 = 100 • 53 – 1 • 53 = 5300 – 53 = 5247

delta5
Seite 34/44/66/104/110/114/120/136/

Geld

GRÖSSEN

1 € = 100 ct 1 ct = 0,01 €
Euro Cent

Beispiele: 325 ct = 3,25 € 432 ct = 4,32 €
4014 ct = 40,14 € 5 € 3 ct = 503 ct

delta5
Seite 14

Länge

GRÖSSEN

10 km	**km**	100 m	10m	**m**	**dm**	**cm**	**mm**

1 km = 1 000 m
Kilometer (km)

1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm
Meter (m)

1 dm = 10 cm = 100 mm
Dezimeter (dm)

1 cm = 10 mm
Zentimeter (cm)

1 m = 0,001 km
1 cm = 0,1 dm = 0,01 m

1 dm = 0,1 m
1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

delta5
Seite 146

Masse

GRÖSSEN

t	100 kg	10 kg	**kg**	100 g	10 g	**g**	100 mg	10 mg	**mg**

1 t = 1 000 kg Tonne (t) 1 kg = 0,001 t

1 kg = 1 000 g Kilogramm (kg) 1 g = 0,001 kg

1 g = 1 000 mg Gramm (g) 1 mg = 0,001 g Milligramm (mg)

delta5
Seite 148

Zeit

GRÖSSEN

delta5
Seite 150

1 a = 12 Monate	1 d = 24 h	(Tag)
1 a = 52 Wochen	1 h = 60 min	(Stunde)
1 a = 365 d (Schaltjahr: 366 d)	1 min = 60 s	(Minute, Sekunde)

Fläche

GRÖSSEN

delta5
Seite 178

km²	10 ha	**ha**	10 a	**a**	10 m²	**m²**	10 dm²	**dm²**	10 cm²	**cm²**	10 mm²	**mm²**

1 km^2 = 100 ha = 10 000 a = 1 000 000 m^2	Quadratkilometer
1 ha = 100 a = 10 000 m^2	Hektar
1 a = 100 m^2	Ar
1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000 cm^2 = 1 000 000 mm^2;	Quadratmeter
1 dm^2 = 100 cm^2 = 10 000 mm^2	Quadratdezimeter
1 cm^2 = 100 mm^2	Quadratzentimeter

1 ha = 0,01 km^2
1 a = 0,01 ha = 0,0001 km^2
1 m^2 = 0,01 a = 0,0001 ha = 0,000001 km^2

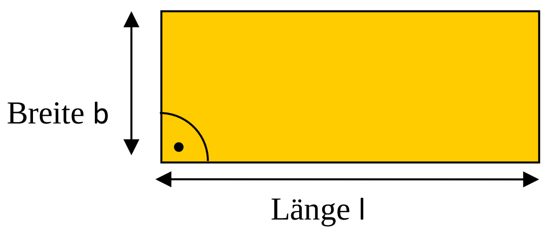
1dm^2 = 0,01 m^2
1 cm^2 = 0,01 dm^2 = 0,0001 m^2
1 mm^2 = 0,01 cm^2 = 0,0001 dm^2 = 0,000001 m^2 Quadratmillimeter

Umfangslänge

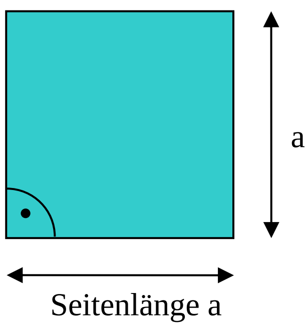
GRÖSSEN

delta5
Seite 158

Rechteck



Quadrat



Umfangslänge:

$U_{Rechteck} = 2 \cdot l + 2 \cdot b$
$= 2 \cdot (l + b)$

Umfangslänge:

$U_{Quadrat} = 4 \cdot a$

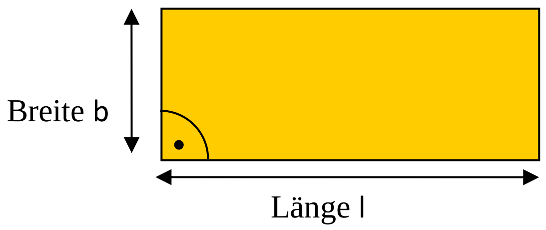
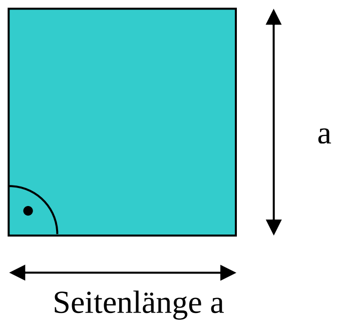
Im Beispiel:

$U_{Rechteck} = 2 \cdot 5\ cm + 2 \cdot 2\ cm$
$= 2 \cdot (7\ cm)$
$= \underline{\underline{14\ cm}}$

$U_{Quadrat} = 4 \cdot 3\ cm$
$= \underline{\underline{12\ cm}}$

Flächeninhalt

GRÖSSEN

Rechteck	**Quadrat**
	

Flächeninhalt:
$A_{Rechteck} = l \cdot b$
(„Länge mal Breite")

Flächeninhalt:
$A_{Quadrat} = a \cdot a = a^2$

Im Beispiel:

$A_{Rechteck} = 5\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = \underline{\underline{10\text{ cm}^2}}$

$A_{Quadrat} = 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = \underline{\underline{9\text{ cm}^2}}$

delta5
Seite 182

RECHNEN MIT GRÖSSEN (I)

Addieren und Subtrahieren von Größen in Kommaschreibweise

- ✓ Alle Größen müssen in der gleichen Maßeinheit angegeben werden.
- ✓ Es wird stellenweise addiert bzw. subtrahiert.
- ✓ Im Endergebnis wird das Komma an die entsprechende Stelle gesetzt.

Beispiele:

```
  2,950 kg        3,860 kg
+ 0,183 kg      - 0,073 kg
  2,767 kg        3,787 kg
```

Multiplizieren von Größen mit natürlichen Zahlen

- ✓ Die Maßzahl sollte eine natürliche Zahl sein.
  Notfalls die Größe in eine kleinere Einheit umwandeln.
- ✓ Die beiden natürlichen Zahlen multiplizieren.
- ✓ Den Produktwert in eine größere Maßeinheit umwandeln (unter Verwendung der Kommaschreibweise).

Beispiel: 8 • 2,84 kg = 8 • 2840 g = 22 720 g = 22,72 kg

Multiplizieren von Größen mit Zehnerstufenzahlen

- ✓ Das Komma bei der gegebenen Größe um so viele Stellen nach **rechts** verschieben, wie die Zehnerstufenzahl Nullen besitzt.

Beispiel: 1 000 • 5,8572 km = 5857,2 km
(Das Komma ist um drei Stellen nach rechts gerückt.)

delta5
Seite 152ff

Dividieren von Größen durch natürliche Zahlen

- ✓ Die Maßzahl sollte eine natürliche Zahl sein.
  Notfalls den Dividenden in eine kleinere Einheit umwandeln.
- ✓ Die beiden natürlichen Zahlen dividieren.
- ✓ Den Quotientenwert in eine größere Maßeinheit umwandeln
  (unter Verwendung der Kommaschreibweise).

Beispiel: 19,76 €: 13 = 1 976 ct : 13 = 152 ct = 1,52€

Dividieren von Größen durch Zehnerstufenzahlen

- ✓ Das Komma im Dividenden um so viele Stellen nach **links** verschieben, wie die Zehnerstufenzahl Nullen besitzt.

Beispiele: 8345,7 km : 1 00 = 83,457 km.
(Das Komma ist um zwei Stellen nach links gerückt.)

RECHNEN MIT GRÖSSEN (II)

delta5
Seite 152ff

Maßstab

Beispiele:

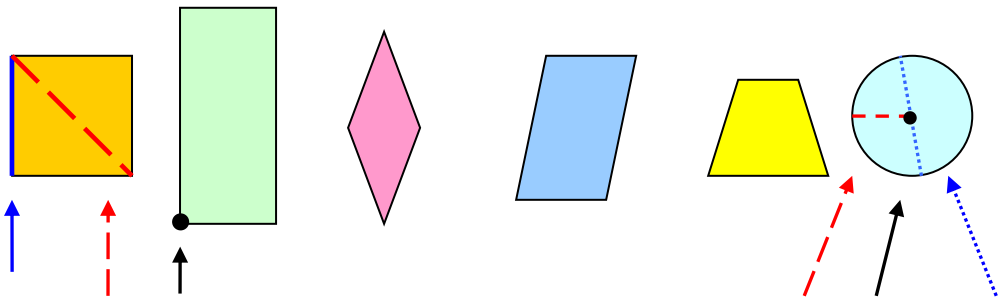
Maßstab	**1 : 30**	**1 : 80 000**	**2 : 1**
Länge der Strecke in Wirklichkeit	90 m	16 km	13 mm
Länge der Strecke in der Abbildung	(90 m : 30 =) 3 m	(16 km : 80 000 =) 20 cm	(13 mm • 2 =) 26 mm
Vergrößerung oder Verkleinerung?	Verkleinerung	Verkleinerung	Vergrößerung

RECHNEN MIT GRÖSSEN

delta5
Seite 164

Geometrische Grundfiguren

Quadrat **Rechteck** **Raute** **Parallelogramm** **Trapez** **Kreis**



Seite **Ecke** **Radius** **Durchmesser**
Diagonale **Mittelpunkt**

GEOMETRIE

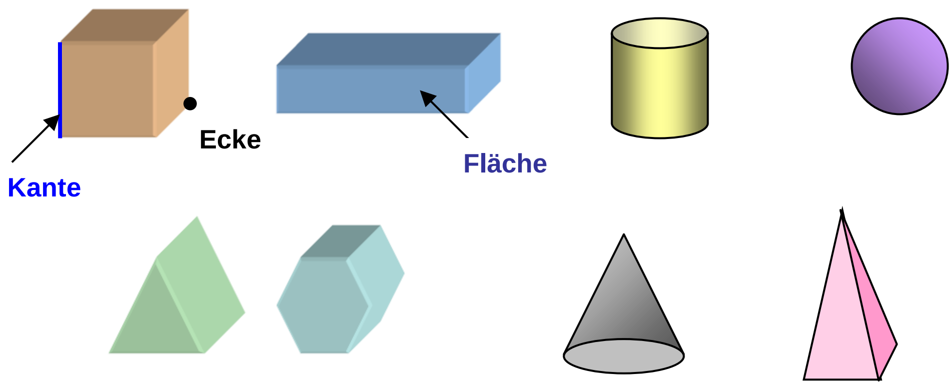
delta5
Seite 72

Geometrische Grundkörper

GEOMETRIE

delta5 Seite 72

Würfel **Quader** **Zylinder** **Kugel**



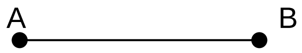
Prisma **Kegel** **Pyramide**

Strecke, Gerade, Halbgerade

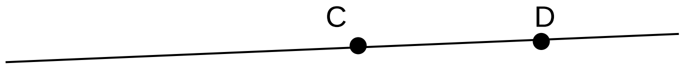
GEOMETRIE

delta5 Seite 74

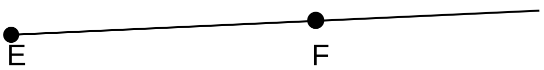
Strecke **[AB]** mit den Endpunkten A und B und der Streckenlänge $\overline{AB}$ = 3,2 cm



Gerade **CD**



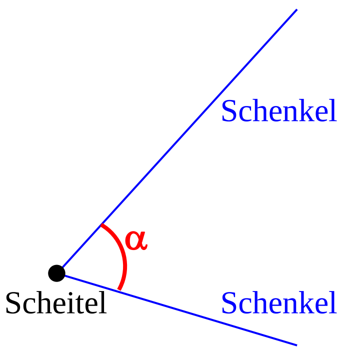
Halbgerade (Strahl) **[EF**
mit Anfangspunkt E

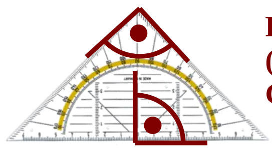


Winkel (I)

GEOMETRIE

delta5 Seite 82

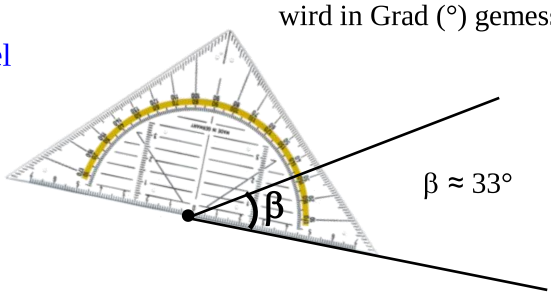




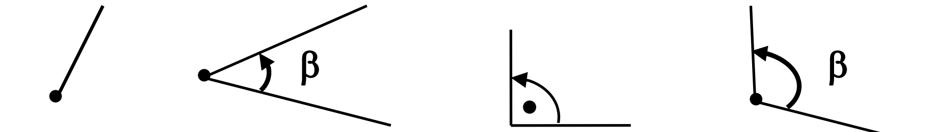
Rechte Winkel (90°) am Geodreieck

Die Größe eines Winkels wird in Grad (°) gemessen.

Winkel messen:



Winkel (II) Bezeich-nungen

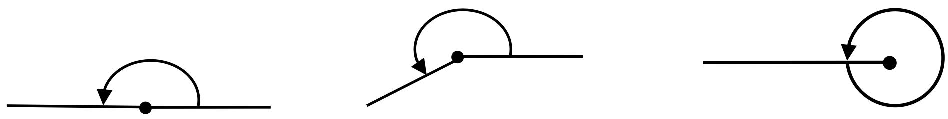


Nullwinkel
β = 0°

Spitzer Winkel
0° < β < 90°

Rechter Winkel
β = 90°

Stumpfer Winkel
90° < β < 180°



Gestreckter Winkel
β = 180°

Überstumpfer Winkel
180° < β < 360°

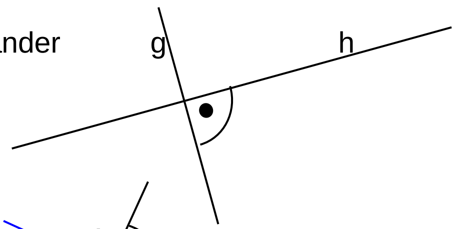
Vollwinkel β = 360°

GEOMETRIE

delta5
Seite 82

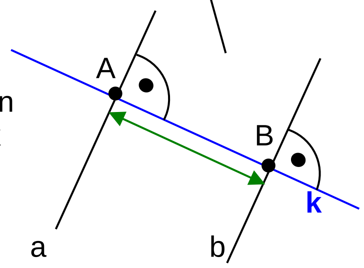
Senkrecht, parallel

Geraden, Halbgeraden oder Strecken, die miteinander einen rechten Winkel bilden, stehen aufeinander senkrecht.



Schreibweise: $g \perp h$

Zwei Geraden a und b (der Zeichenebene) heißen zueinander parallel, wenn es eine dritte Gerade k gibt, die auf jeder der beiden senkrecht steht.



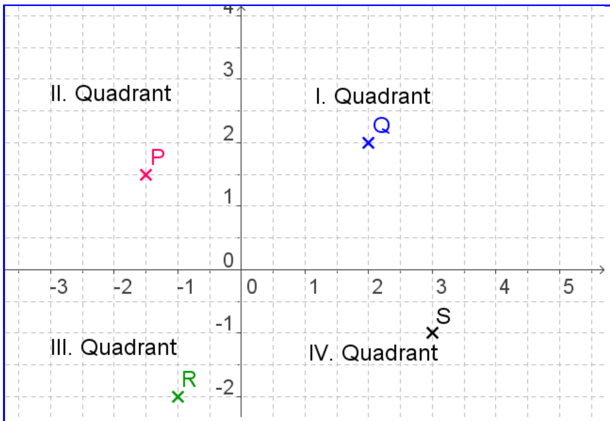
Schreibweise: $a \parallel b$

Abstand d der Geraden a und b: **d =** $\overline{AB}$

GEOMETRIE

delta5
Seite 76

Koordinaten-system



x-Koordinate

P (-1,5 | 1,5)

Q (2 | 2)

R (-1 | -2)

S (3 | -1)

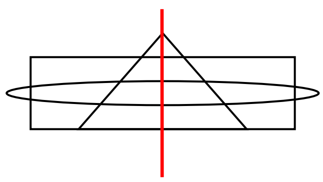
y-Koordinate

GEOMETRIE

delta5
Seite 86

Achsen-symmetrie

Eine Figur ist achsensymmetrisch, wenn man sie so falten kann, dass ihre beiden Teile genau aufeinander passen; die Faltkante heißt dann **Symmetrieachse**.



GEOMETRIE

delta5
Seite 92